جریان داخل کانال

- Viscous Flow in Ducts

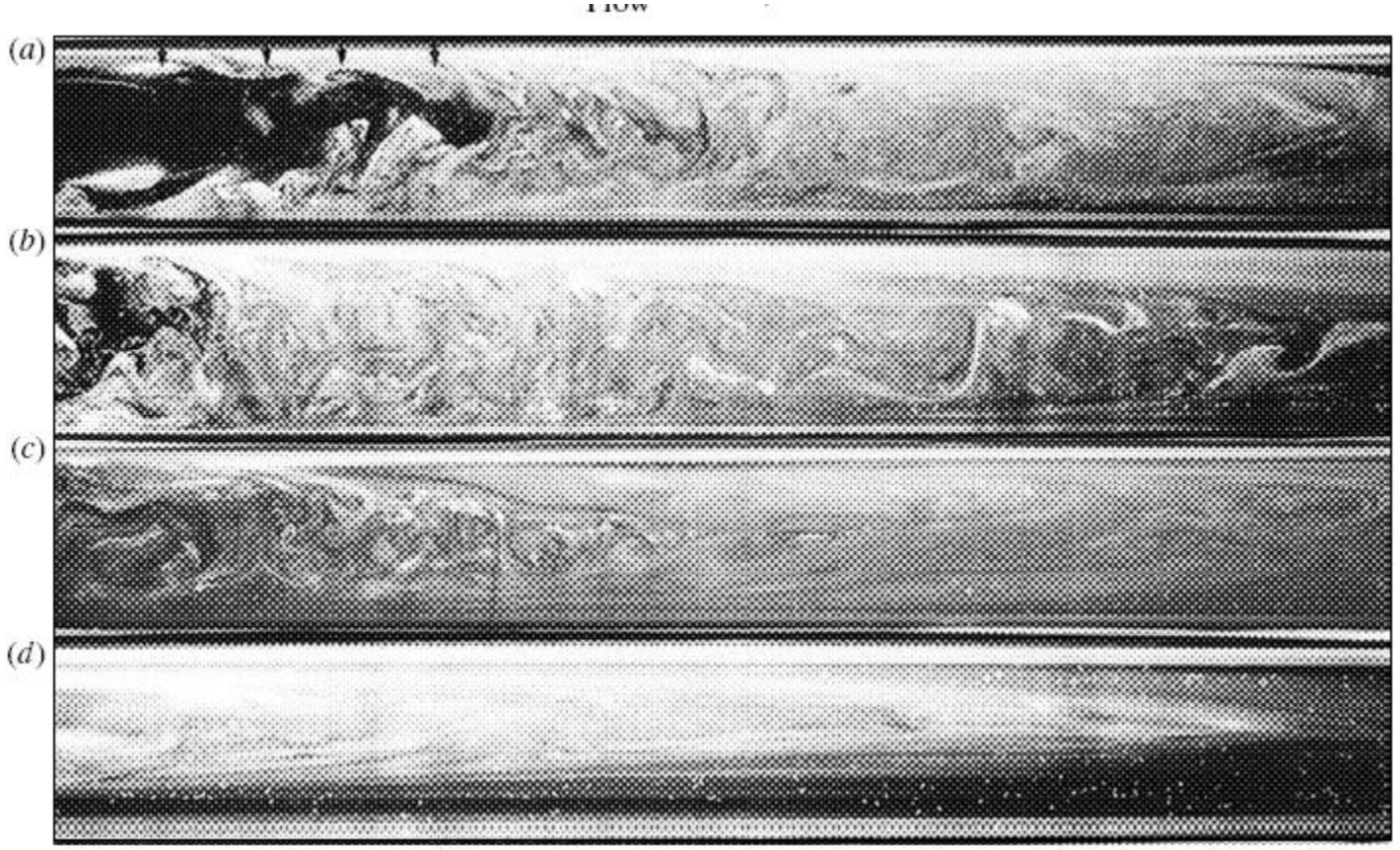
جریان داخل کانال

اهداف

- تعاریف و مفاهیم پایه
- معادلات حاکم بر جریان داخل لوله
- جریان توسعه یافته
- افت فشار جریان داخل لوله
- لوله های سری و موازی
- جریان در مجرای غیر دایروی

جریان داخل کانال

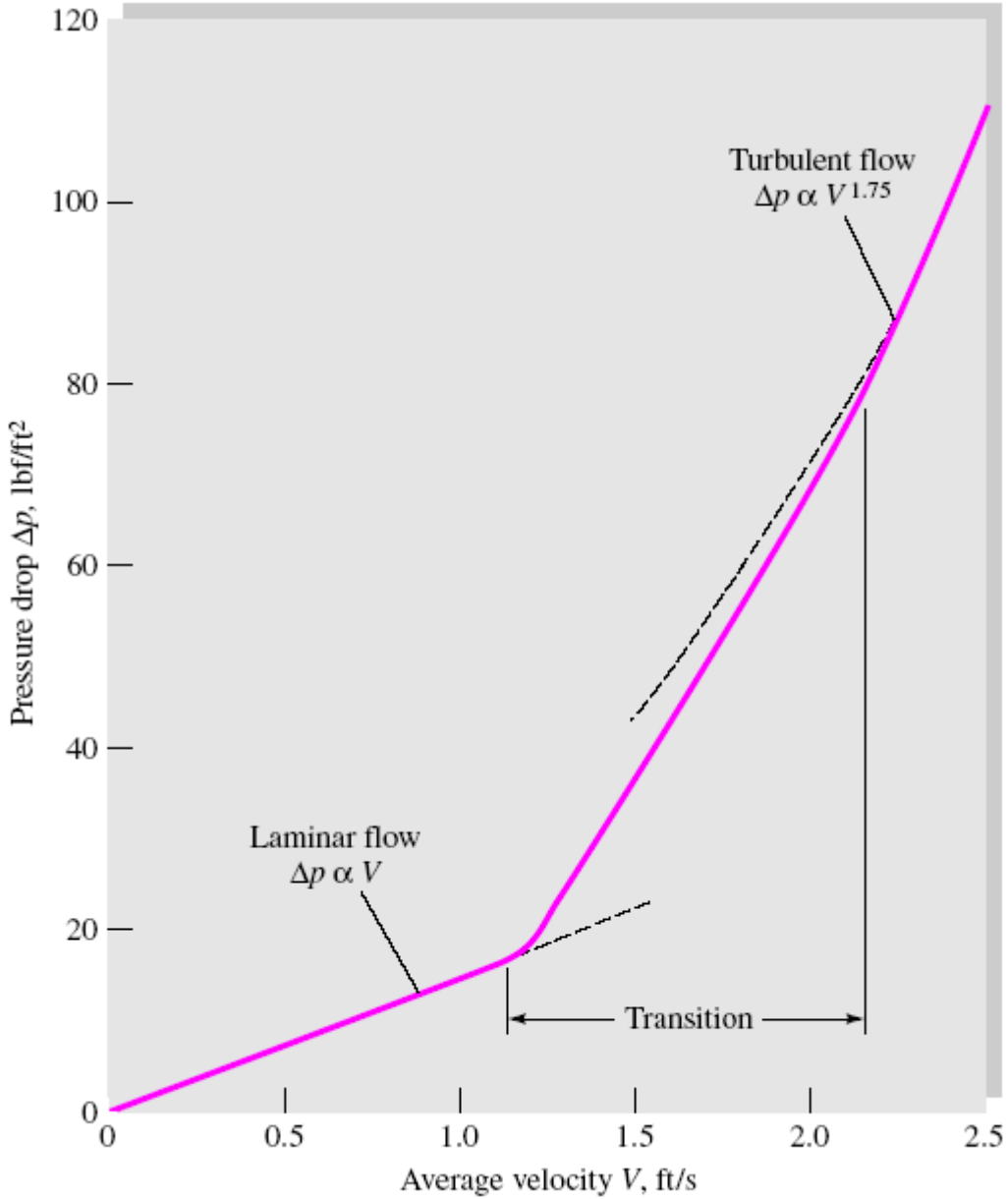
- انواع جریانات در لوله عبارتند: از جریان داخلی و جریان خارجی.
- جریان داخلی جریانی است که توسط جداره محصور شده باشد و اثرات لزجت رشد کرده و در تمام جریان مشاهده گردد.



Formation of a turbulent puff in pipe flow: (*a*) and (*b*) near the entrance; (*c*) somewhat downstream; (*d*) far downstream.

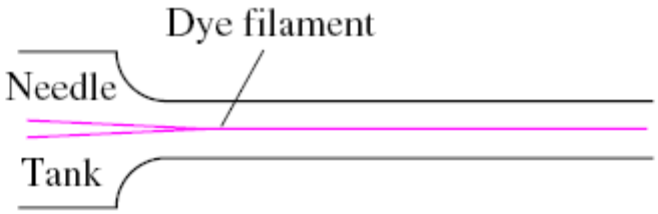
جریان داخل کانال

- مقایسه افت فشار



جریان داخل کانال

- معیار جریان آشفته داخل لوله



(*a*) low-speed, laminar flow

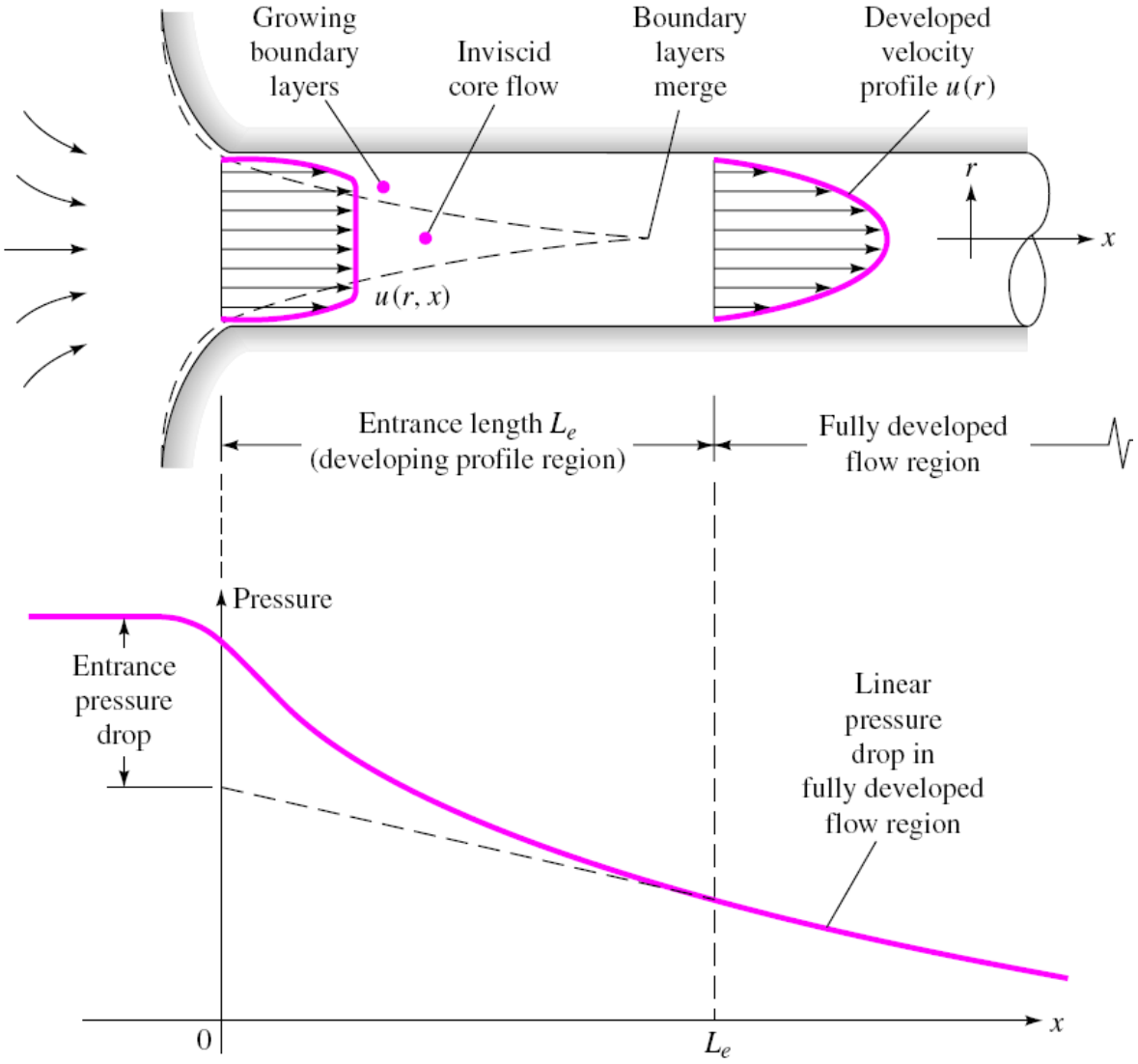
$\mathrm{Re}_{d,\mathrm{crit}} \approx 2300$

(*b*) high-speed, turbulent flow

جریان داخل کانال

Semnan University

جریان در حال توسعه داخل لوله



جریان داخل کانال

جریان توسعه یافته

- دبی جریان

$$Q = \int u\, dA = \text{const}$$

- با استفاده از تحلیل ابعادی:

$$L_e = f(d, V, \rho, \mu) \qquad V = \frac{Q}{A}$$

$$\frac{L_e}{d} = g\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right) = g(\mathrm{Re}_d)$$

- برای جریان آرام

$$\frac{L_e}{d} \approx 0.06\ \mathrm{Re}_d \qquad \text{laminar}$$

- در جریان آشفته:

$$L_e/d \approx 4.4\ \mathrm{Re}_d^{1/6}, \qquad \frac{L_e}{d} \approx 1.6\ \mathrm{Re}_d^{1/4} \quad \text{for} \quad \mathrm{Re}_d \le 10^7$$

Re_d	4000	10^4	10^5	10^6	10^7
L_e/d	13	16	28	51	90

جریان داخل کانال

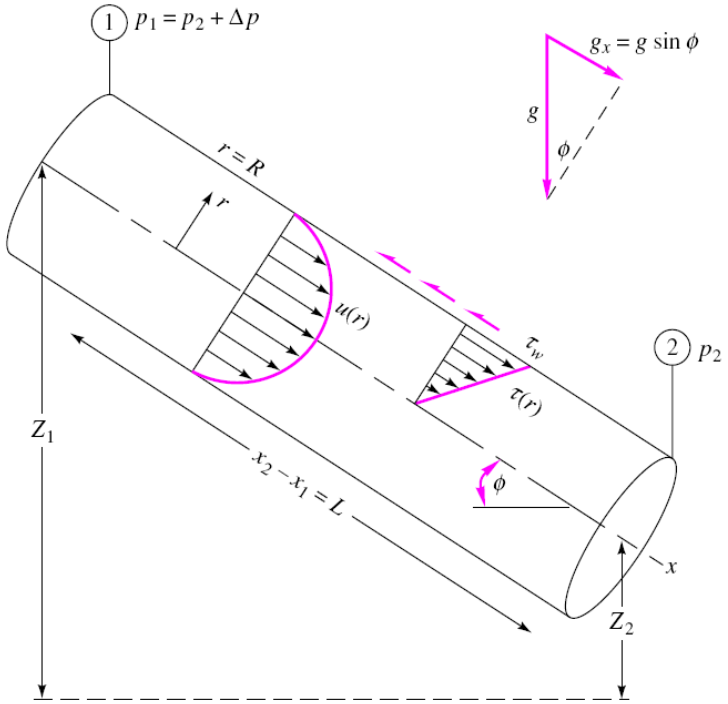
معادلات حاکم برای جریان توسعه یافته داخل لوله

- معادله پیوستگی

$$Q_1 = Q_2 = \text{const} \quad \text{or} \quad V_1 = V_2 = V$$

- معادله انرژی:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \alpha\frac{V^2}{2g} + z\right)_1 = \left(\frac{p}{\rho g} + \alpha\frac{V^2}{2g} + z\right)_2 + h_f$$



جریان داخل کانال

افت هد و ضریب اصطکاک

- معادله انتگرالی انرژی

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = \frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{CV} e\rho \, d\mathcal{V}\right) + \int_{CS}\left(e + \frac{p}{\rho}\right)\rho(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n})\, dA \qquad (3.66)$$

- با توجه به تعریف آنتالپی:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = \frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{CV}\left(\hat{u} + \tfrac{1}{2}V^2 + gz\right)\rho d\mathcal{V}\right] + \int_{CS}\left(\hat{h} + \tfrac{1}{2}V^2 + gz\right)\rho(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n})\, dA$$

- در جریان پایا داخل لوله:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_v = -\dot{m}_1(\hat{h}_1 + \tfrac{1}{2}V_1^2 + gz_1) + \dot{m}_2(\hat{h}_2 + \tfrac{1}{2}V_2^2 + gz_2)$$

- با نوشتن رابطه بر حسب انرژی داخلی بر واحد جرم و با تقسیم بر g:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\hat{u}_1}{g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\hat{u}_2}{g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 - h_q + h_s + h_v$$

جریان داخل کانال

افت هد و ضریب اصطکاک

- در رابطه اخیر:

$$q = \dot{Q}/\dot{m} \quad w_s = W_s/\dot{m} \quad w_v = \dot{W}_v/\dot{m}$$

$$h_q = q/g,\ h_s = w_s/g,\ \text{and}\ h_v = w_u/g$$

- برای جریان داخل لوله بدون کار محوری:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1\right) = \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right) + \frac{\hat{u}_2 - \hat{u}_1 - q}{g}$$

- عبارت سمت راست معادله به عنوان افت هد (h_f) تعریف می گردد
- در جریان پایا و با تعریف ضریب انرژی جنبشی (α):

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha}{2g}V^2 + z\right)_{\text{in}} = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha}{2g}V^2 + z\right)_{\text{out}} + h_{\text{turbine}} - h_{\text{pump}} + h_{\text{friction}}$$

جریان داخل کانال

ضریب انرژی جنبشی:

- برای جریان ورودی و خروجی لوله

$$\int_{\text{port}} (\tfrac{1}{2}V^2)\rho(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n})\,dA \equiv \alpha(\tfrac{1}{2}V_{\text{av}}^2)\dot{m}$$

- برای جریان تراکم ناپذیر:

$$V_{\text{av}} = \frac{1}{A}\int u\,dA$$

- تعریف ضریب انرژی جنبشی (α):

$$\tfrac{1}{2}\rho\int u^3 dA = \tfrac{1}{2}\rho\alpha V_{\text{av}}^3 A$$

$$\alpha = \frac{1}{A}\int\left(\frac{u}{V_{\text{av}}}\right)^3 dA$$

جریان داخل کانال

افت هد و ضریب اصطکاک

- با توجه به جریان توسعه یافته در مقطع ۱ و ۲:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \text{ and, since } V_1 = V_2,$$

- با ساده سازی معادله انرژی خواهیم داشت:

$$h_f = (z_1 - z_2) + \left(\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g}\right) = \Delta z + \frac{\Delta p}{\rho g}$$

- رابطه بالا نشان می دهد افت هد داخل لوله برابر است با جمع هد فشار و گرانش

- برای دستیابی به رابطه مناسب افت هد داخل لوله معادله انتگرلی مومنتم را می نویسیم

$$\sum \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{CV} \mathbf{V}\rho \, d\mathcal{V}\right) + \sum (\dot{m}_i \mathbf{V}_i)_{\text{out}} - \sum (\dot{m}_i \mathbf{V}_i)_{\text{in}}$$

جریان داخل کانال

افت هد و ضریب اصطکاک

- برای جریان پایا و توسعه یافته در مقطع ۱ و ۲ خواهیم داشت

$$\sum F_x = \Delta p(\pi R^2) + \rho g(\pi R^2)L \sin\phi - \tau_w(2\pi R)L = \dot{m}(V_2 - V_1) = 0$$

- با چند مرحله عملیات ریاضی و با توجه به رابطه $\Delta z = L \sin\phi$

$$\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho g} = h_f = \frac{2\tau_w}{\rho g}\frac{L}{R} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{h_f = \frac{4\tau_w}{\rho g}\frac{L}{d}}$$

- رابطه کلی افت هد:

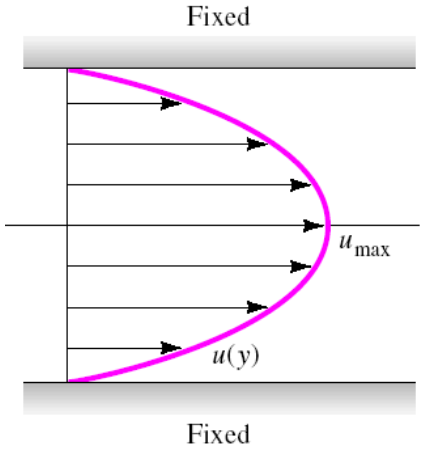
$$\boxed{h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \quad \text{where} \quad f = \text{fcn}\left(\text{Re}_d, \frac{\varepsilon}{d}, \text{duct shape}\right)}$$

جریان داخل کانال

محاسبه افت فشار (افت هد) در جریان داخل لوله

$$h_f = \frac{4\tau_w}{\rho g}\frac{L}{d}$$

- برای محاسبه افت هد لازم است تنش برشی دیواره محاسبه شود.
- محاسبه تنش برشی از پروفیل سرعت امکان پذیر است.
- برای محاسبه پروفیل سرعت داخل لوله باید از معادلات دیفرانسیلی جریان استفاده کرد



- در جریان داخل لوله از معادلات دیفرانسیلی بقای جرم و ممنتوم در مختصات استوانه ای استفاده می شود (Appendix D).

جریان داخل کانال

معادلات حاکم بر جریان آرام داخل لوله

- بقای جرم:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$$

- بقای ممنتوم:

The r-momentum equation:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + (\mathbf{V}\cdot\nabla)v_r - \frac{1}{r}v_\theta^2 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + g_r + \nu\left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right)$$

The θ-momentum equation:

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + (\mathbf{V}\cdot\nabla)v_\theta + \frac{1}{r}v_r v_\theta = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + g_\theta + \nu\left(\nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right)$$

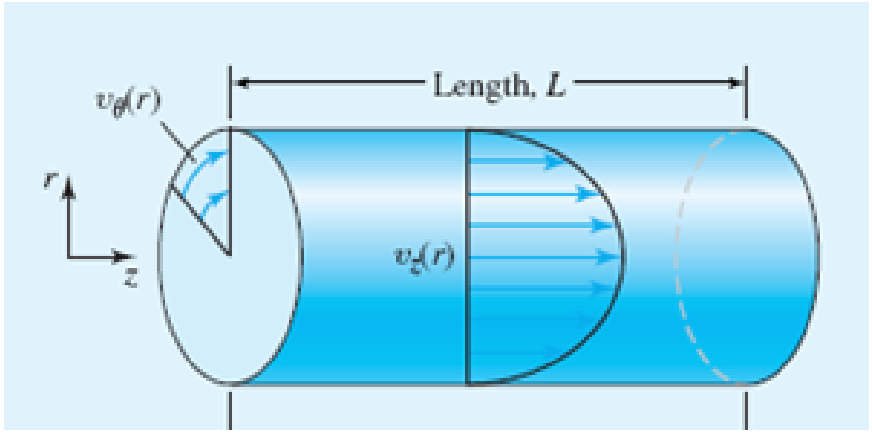
The z-momentum equation:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + (\mathbf{V}\cdot\nabla)v_z = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu\nabla^2 v_z$$

$$\mathbf{V}\cdot\nabla = v_r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}v_\theta\frac{\partial}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial}{\partial z}$$

جریان داخل کانال

فرضیات:



۱- جریان پایا

۲- دوبعدی متقارن محوری $\partial/\partial\theta = 0.$

۳- توسعه یافته $\frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$

۴- تراکم ناپذیر

۵- بدون جریان چرخشی (V_θ=0)

۶- لوله افقی

- بقای جرم:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$$

- از فرض ۲ و ۳ نتیجه می شود:

$$v_z = v_z(r)$$

جریان داخل کانال

- ساده سازی معادله بقای جرم:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$$

- با اعمال فرضیات فقط ترم اول از معادله باقی می ماند:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) = 0 \Longrightarrow \quad \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) = 0$$

- از فرض ۲ و ۳ نتیجه می شود:

$$\Longrightarrow \quad (rv_r) = \mathrm{C}$$

$$\Longrightarrow \quad v_r = 0$$

- بنابراین تنها مولفه سرعت V_z غیر صفر است $\qquad v_z = v_z(r)$

- با ساده سازی معادله ممنتوم در جهت r خواهیم داشت: $\qquad \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \Longrightarrow \quad p = p(z)$

- تمام ترم های معادله ممنتوم در جهت θ برابر صفر است.

جریان داخل کانال

- معادله کامل ممنتوم در راستای جریان (Z):

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + \left[v_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} v_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right] v_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] v_z$$

- با اعمال فرضیات خواهیم داشت:

$$0 = -\frac{dp}{dz} + \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right)$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = \frac{dp}{dz} = \text{const} < 0$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = \frac{r}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad \Longrightarrow \quad \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = \frac{r^2}{2\mu} \frac{dp}{dz} + C_1$$

- با انتگرال گیری مجدد خواهیم داشت:

$$v_z = \frac{dp}{dz} \frac{r^2}{4\mu} + C_1 \ln(r) + C_2$$

جریان داخل کانال

Semnan University

- با اعمال شرایط مرزی:

$$v_z = \frac{dp}{dz}\frac{r^2}{4\mu} + C_1 \ln(r) + C_2$$

$$\text{No slip at } r = R: \quad v_z = 0 = \frac{dp}{dz}\frac{R^2}{4\mu} + C_1 \ln(R) + C_2$$

$$\text{Finite velocity at } r = 0: \quad v_z = \text{finite} = 0 + C_1 \ln(0) + C_2$$

$$C_1 = 0. \qquad C_2 = (-dp/dz)(R^2/4\mu)$$

- رابطه نهایی سرعت جریان Hagen-Poiseuille:

$$v_z = \left(-\frac{dp}{dz}\right)\frac{1}{4\mu}(R^2 - r^2)$$

- Vz ممکن است به صورت u و یا V نمایش داده شود

جریان داخل کانال

- محاسبه سرعت متوسط و رابطه افت فشار:

$$v_z = \left(-\frac{dp}{dz}\right)\frac{1}{4\mu}(R^2 - r^2)$$

$$V_{\max} = v_z(r=0) = \left(-\frac{dp}{dz}\right)\frac{R^2}{4\mu}$$

$$V_{\text{avg}} = \frac{1}{A}\int v_z\, dA = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R V_{\max}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)2\pi r\, dr = \frac{V_{\max}}{2} = \left(-\frac{dp}{dz}\right)\frac{R^2}{8\mu}$$

- با در نظر گرفتن $(-dp/dz) = \Delta p/L$

$$Q = \int v_z\, dA = \int_0^R V_{\max}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)2\pi r\, dr = \pi R^2 V_{\text{avg}} = \frac{\pi R^4}{8\mu}\left(-\frac{dp}{dz}\right)$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu L}$$

- تنش برشی دیواره:

$$\tau_{\text{wall}} = \mu\left|\frac{\partial v_z}{\partial r}\right|_{r=R} = \frac{4\mu V_{\text{avg}}}{R} = \frac{R}{2}\left(-\frac{dp}{dz}\right) \Rightarrow \tau_{\text{wall}} = \frac{R}{2}\frac{\Delta p}{L}$$

جریان داخل کانال

مثال:

SAE 10W oil at 20°C flows at 1.1 m ^{3}/h through a horizontal pipe with $d = 2$ cm and $L = 12$ m. Find (*a*) the average velocity, (*b*) the Reynolds number, (*c*) the pressure drop, and (*d*) the power required.

Solution

- *Assumptions:* Laminar, steady, Hagen-Poiseuille pipe flow.

$R = 0.01$ m.

From Table A.3 $\rho = 870$ kg/m^3 and $\mu = 0.104$ kg/(m-s).

$$V_{\text{avg}} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{(1.1/3600)\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi(0.01\ \text{m})^2} = 0.973\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad \textit{Ans. (a)}$$

$$\text{Re}_d = \frac{\rho V_{\text{avg}} d}{\mu} = \frac{(870\ \text{kg/m}^3)(0.973\ \text{m/s})(0.02\ \text{m})}{0.104\ \text{kg/(m-s)}} = 163 \qquad \textit{Ans. (b)}$$

$$Q = \frac{1.1}{3600}\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu L} = \frac{\pi(0.01\ \text{m})^4 \Delta p}{8(0.104\ \text{kg/(m-s)})(12\ \text{m})} \quad \text{solve for } \Delta p = 97{,}100\ \text{Pa} \qquad \textit{Ans. (c)}$$

$$\text{Power} = Q\Delta p = \left(\frac{1.1}{3600}\ \text{m}^3/\text{s}\right)(97{,}100\ \text{N/m}^2) = 29.7\frac{\text{N-m}}{\text{s}} = 29.7\ \text{W} \qquad \textit{Ans. (d)}$$

جریان داخل کانال

محاسبه افت هد در لوله

- رابطه افت هد از روش تحلیل انتگرالی:

$$h_f = \frac{4\tau_w}{\rho g}\frac{L}{d}$$

- رایطه دبی وتنش برشی دیواره از رش تحلیل دیفرانسیلی:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu L}$$

$$\tau_{\text{wall}} = \frac{R}{2}\frac{\Delta p}{L}$$

- با جایگذاری روابط اخیر در رابطه افت هد خواهیم داشت:

$$h_f = \frac{32\mu LV}{\rho g d^2} = \frac{128\mu LQ}{\pi \rho g d^4}$$

- رابطه کلی افت هد:

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \quad \text{where} \quad f = \text{fcn}\left(\text{Re}_d, \frac{\varepsilon}{d}, \text{duct shape}\right)$$

جریان داخل کانال

- با مقایسه دو رابطه اخیر در **جریان آرام** (هاگن-پوازی) خواهیم داشت:

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \quad \text{where} \quad f_{\text{lam}} = \frac{64}{\text{Re}_d}$$

- رابطه افت هد در معادله انتگرالی انرژی قابل استفاده است:

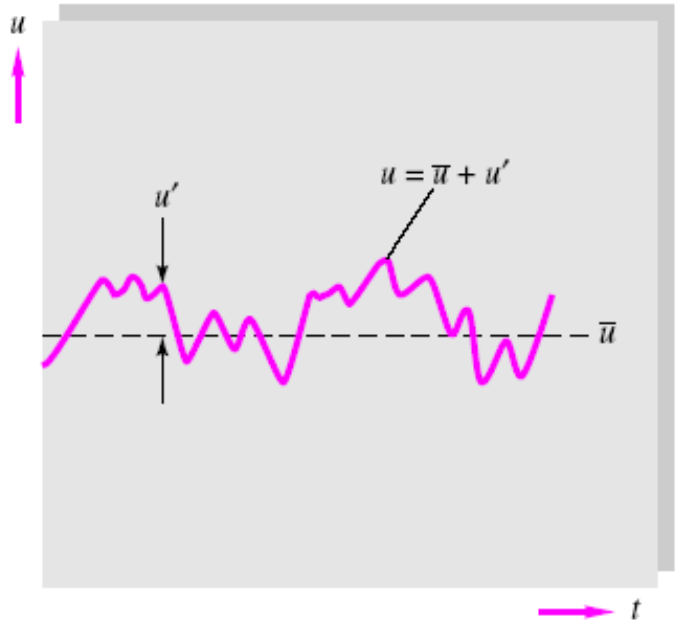
$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha}{2g}V^2 + z\right)_{\text{in}} = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha}{2g}V^2 + z\right)_{\text{out}} + h_{\text{turbine}} - h_{\text{pump}} + h_{\text{friction}}$$

- در جریان آشفته داخل لوله، ضریب اصطکاک f تابع عدد رینولدز و زبری سطح است

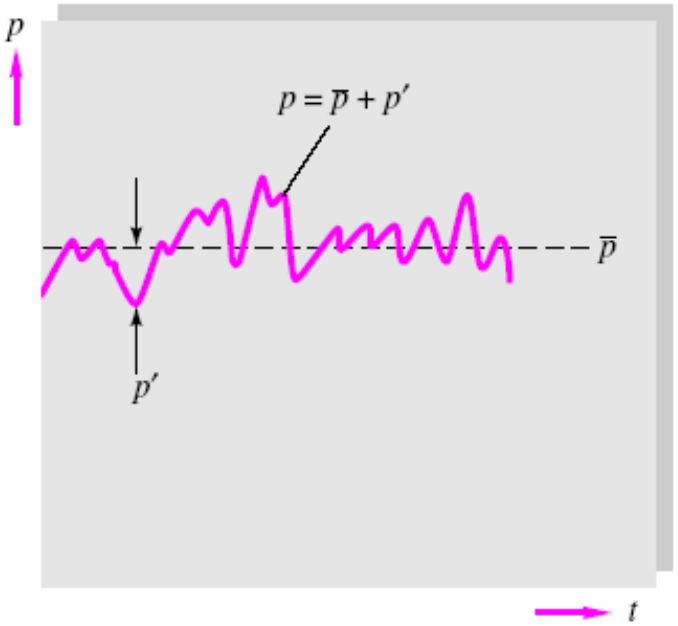
$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \quad \text{where} \quad f = \text{fcn}(\text{Re}_d, \frac{\varepsilon}{d})$$

جریان داخل کانال

جریان آشفته داخل لوله



velocity.



pressure.

$$\overline{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u\,dt$$

$$u = \overline{u} + u' \quad v = \overline{v} + v' \quad w = \overline{w} + w' \quad p = \overline{p} + p'$$

جریان داخل کانال

معادلات دیفرانسیلی جریان آشفته

- با جایگذاری مقادیر لحظه ای و متوسط گیری از معادلات خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} = 0$$

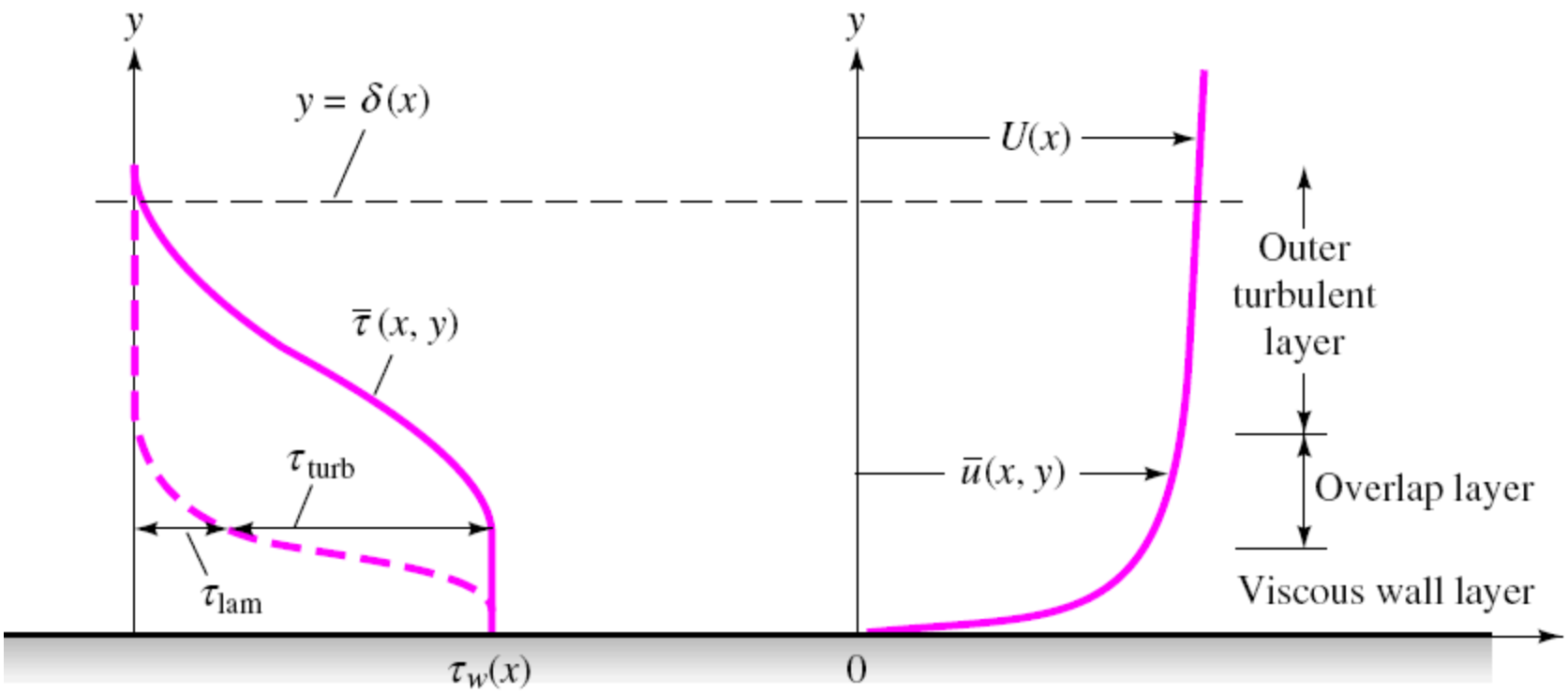
$$\rho \frac{d\overline{u}}{dt} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \rho g_x + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'}\right)$$

- لزجت آشفتگی:

$$-\rho \overline{u'v'} = \tau_{\text{turb}} \approx \mu_t \frac{du}{dy}$$

جریان داخل کانال

توزیع تنش (آرام و آشفته)



جریان داخل کانال

- برای جریان آشفته در لوله صاف:

$$f = \begin{cases} 0.316\,\mathrm{Re}_d^{-1/4} & 4000 < \mathrm{Re}_d < 10^5 \quad \text{H. Blasius} \\ \left(1.8 \log \dfrac{\mathrm{Re}_d}{6.9}\right)^{-2} & \text{Ref. 9} \end{cases}$$

- برای لوله صاف افقی:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2.0 \log\left(\mathrm{Re}_d f^{1/2}\right) - 0.8$$

$$h_f = \frac{\Delta p}{\rho g} = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} \approx 0.316 \left(\frac{\mu}{\rho V d}\right)^{1/4} \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}$$

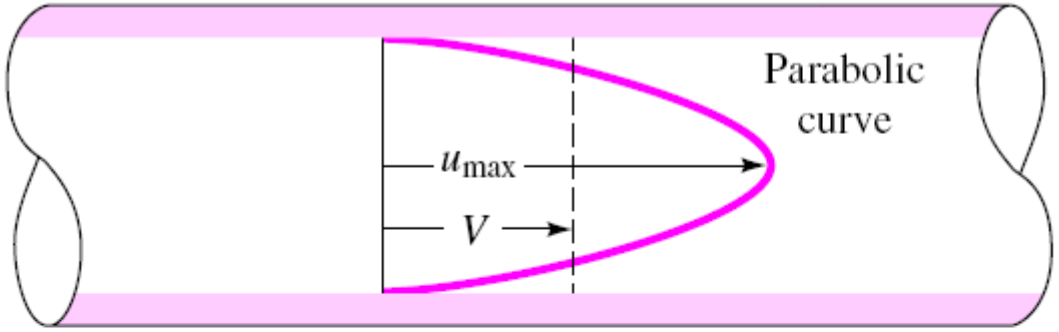
- بر حسب دبی:

$$\Delta p \approx 0.158\, L \rho^{3/4} \mu^{1/4} d^{-5/4} V^{7/4}$$

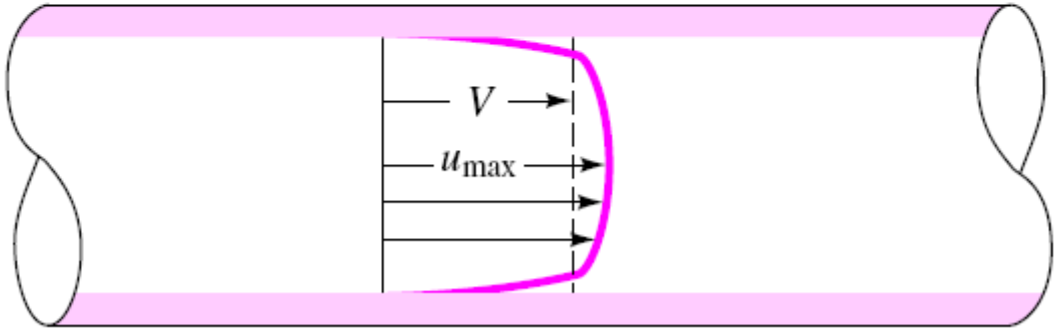
$$\Delta p \approx 0.241 L \rho^{3/4} \mu^{1/4} d^{-4.75} Q^{1.75}$$

جریان داخل کانال

تاثیر زبری سطح:



laminar flow

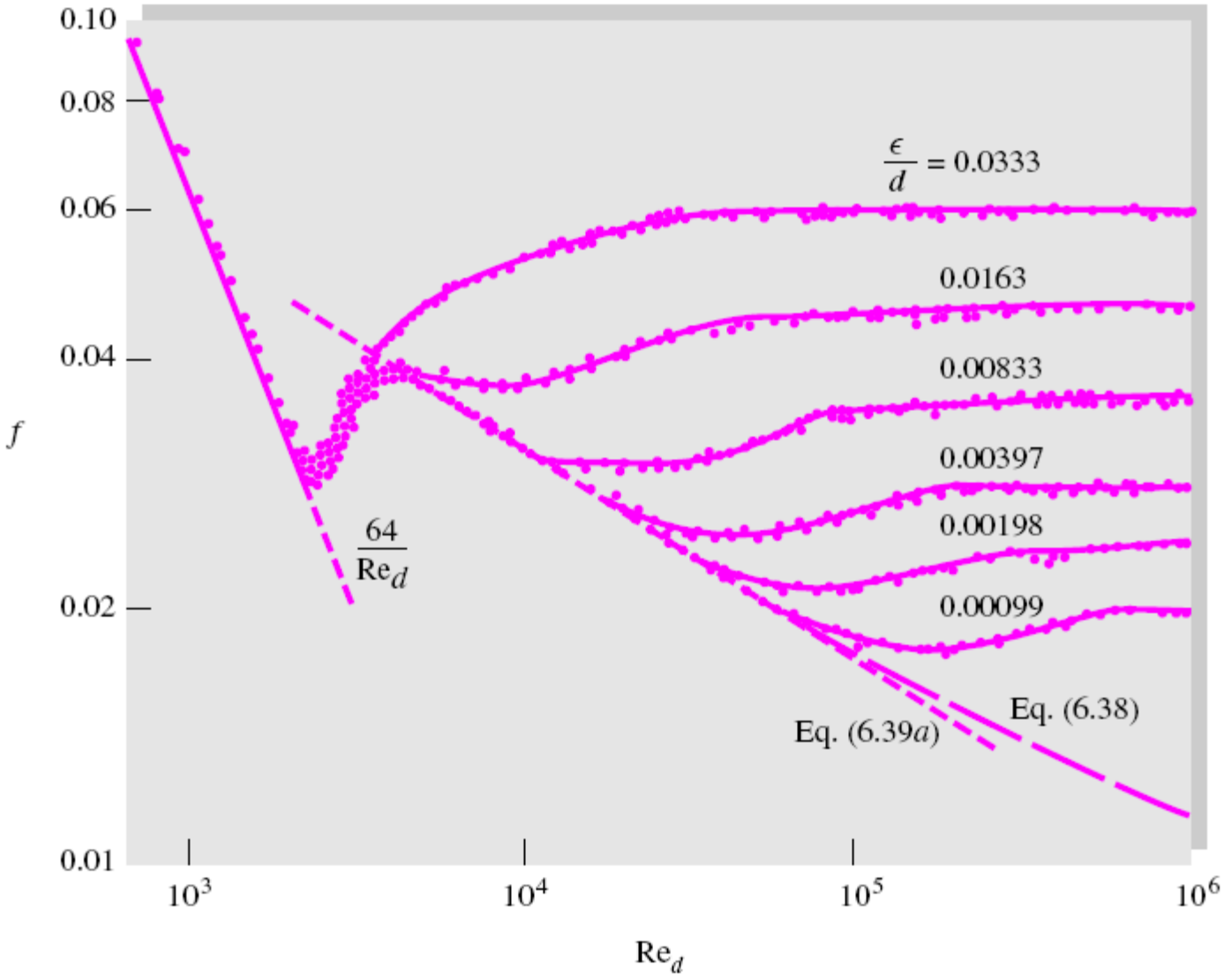


turbulent flow

جریان داخل کانال

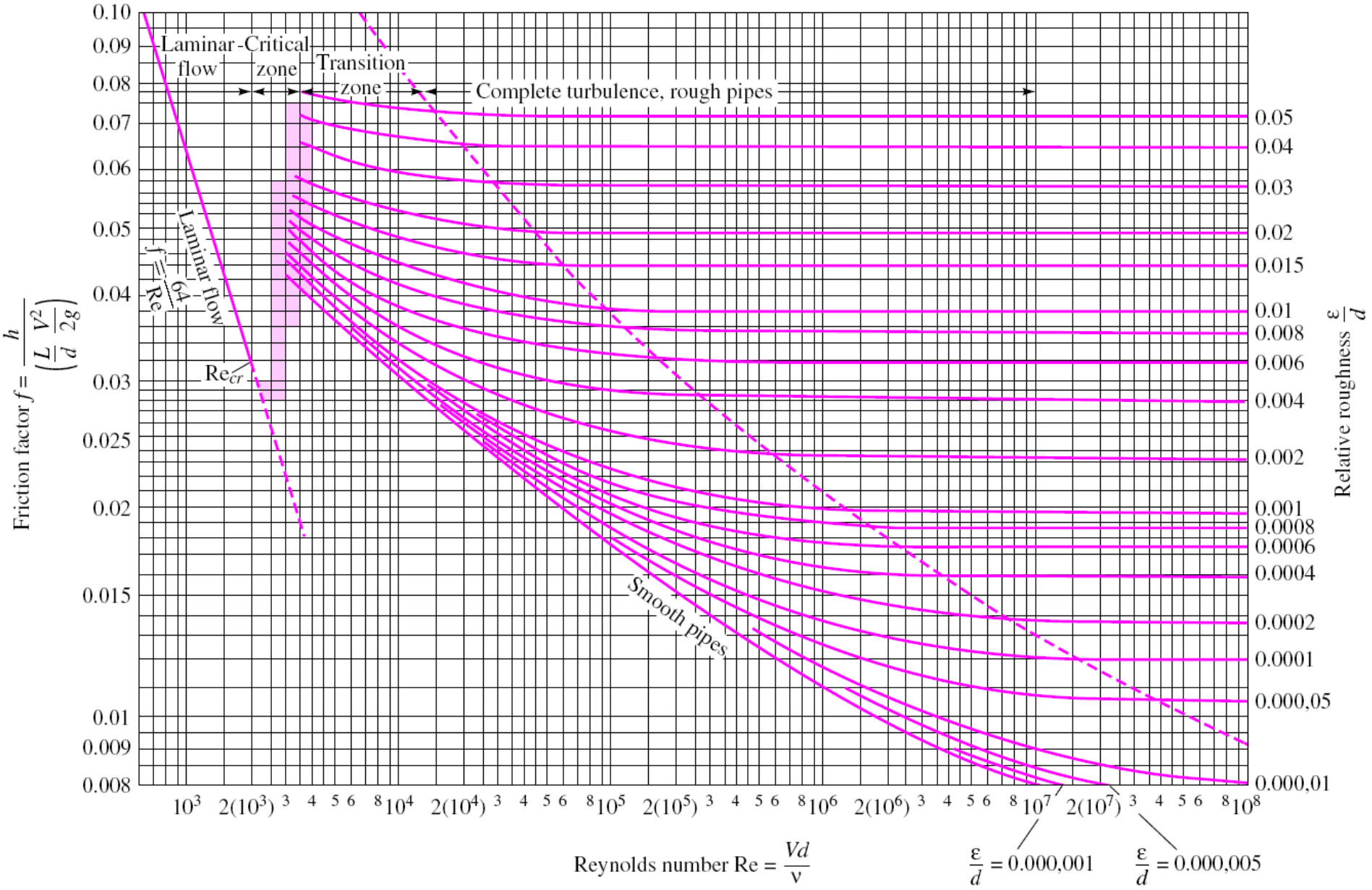
Semnan University

تاثیر زبری سطح:



دیاگرام مودی

Semnan University



جریان داخل کانال

- مقادیر پیشنهادی برای زبری سطح:

Table 6.1 Recommended Roughness Values for Commercial Ducts

		ϵ	
Material	Condition	ft	mm
Steel	Sheet metal, new	0.00016	0.05
	Stainless, new	0.000007	0.002
	Commercial, new	0.00015	0.046
	Riveted	0.01	3.0
	Rusted	0.007	2.0
Iron	Cast, new	0.00085	0.26
	Wrought, new	0.00015	0.046
	Galvanized, new	0.0005	0.15
	Asphalted cast	0.0004	0.12
Brass	Drawn, new	0.000007	0.002
Plastic	Drawn tubing	0.000005	0.0015
Glass	—	Smooth	Smooth
Concrete	Smoothed	0.00013	0.04
	Rough	0.007	2.0
Rubber	Smoothed	0.000033	0.01
Wood	Stave	0.0016	0.5

جریان داخل کانال

مثال

Oil, with $\rho = 900$ kg/m^3 and $\nu = 0.00001$ m^2/s, flows at 0.2 m^3/s through 500 m of 200-mm-diameter cast iron pipe. Determine (*a*) the head loss and (*b*) the pressure drop if the pipe slopes down at 10° in the flow direction.

Solution

First compute the velocity from the known flow rate:

$$V = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{0.2 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.1 \text{ m})^2} = 6.4 \text{ m/s}$$

Then the Reynolds number is

$$\text{Re}_d = \frac{Vd}{\nu} = \frac{(6.4 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{0.00001 \text{ m}^2/\text{s}} = 128{,}000$$

From Table 6.1, $\epsilon = 0.26$ mm for cast iron pipe. Then

$$\frac{\epsilon}{d} = \frac{0.26 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} = 0.0013$$

Enter the Moody chart on the right at $\epsilon/d = 0.0013$ Re $= 128{,}000$. Read $f \approx 0.0225$

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = (0.0225)\frac{500 \text{ m}}{0.2 \text{ m}}\frac{(6.4 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 117 \text{ m}$$

From Eq. (6.9) for the inclined pipe,

$$h_f = \frac{\Delta p}{\rho g} + z_1 - z_2 = \frac{\Delta p}{\rho g} + L \sin 10°$$

or $$\Delta p = \rho g[h_f - (500 \text{ m}) \sin 10°] = \rho g(117 \text{ m} - 87 \text{ m})$$

$$= (900 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(30 \text{ m}) = 265{,}000 \text{ kg/(m} \cdot \text{s}^2) = 265{,}000 \text{ Pa} \quad \textit{Ans. (b)}$$

جریان داخل کانال

- روبط پیشنهادی برای دیاگرم مودی:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2.0 \log \frac{\epsilon/d}{3.7} \qquad \text{fully rough flow}$$

$$\boxed{\frac{1}{f^{1/2}} = -2.0 \log\left(\frac{\epsilon/d}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}_d f^{1/2}}\right)} \qquad \text{Colebrook}$$

$$\frac{1}{f^{1/2}} \approx -1.8 \log\left[\frac{6.9}{\mathrm{Re}_d} + \left(\frac{\epsilon/d}{3.7}\right)^{1.11}\right] \qquad \text{Haaland}$$

جریان داخل کانال

- روبط پمپ و توربین
- رابطه انتگرالی انرژی

$$\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{\alpha}{2g}V^2+z\right)_{in}=\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{\alpha}{2g}V^2+z\right)_{out}+h_{turbine}-h_{pump}+h_{friction}$$

- در این رابطه h_{pump} و $h_{turbine}$ به ترتیب هد پمپ و توربین (بر حسب متر) می باشد.

- رابطه هد و توان پمپ با راندمان η_p:

$$P=\rho g Q h_{pump} * \eta_p$$

- رابطه هد و توان توربین با راندمان η_t:

$$P=\rho g Q h_{turb} / \eta_t$$

جریان داخل کانال

چهار نوع از مسایل جریان داخل لوله ها:

در مسایل جریان داخلی خواص فیزیکی سیال به راحتی قابل محاسبه است. با توجه به نوع مساله یکی از چهار مورد زیر مجهول است:

1) افت هد (h_f) یا توان پمپ/توربین

2) سرعت یا دبی

$$\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{\alpha}{2g}V^2+z\right)_{in}=\left(\frac{p}{\rho g}+\frac{\alpha}{2g}V^2+z\right)_{out}+h_{turbine}-h_{pump}+h_{friction}$$

3) قطر لوله

4) طول لوله

جریان داخل کانال

مثال:

Oil, with $\rho = 950$ kg/m^3 and $\nu = 2$ E-5 m^2/s, flows through a 30-cm-diameter pipe 100 m long with a head loss of 8 m. The roughness ratio is $\epsilon/d = 0.0002$. Find the average velocity and flow rate.

Iterative Solution

By definition, the friction factor is known except for V:

$$f = h_f \frac{d}{L}\frac{2g}{V^2} = (8\text{ m})\left(\frac{0.3\text{ m}}{100\text{ m}}\right)\left[\frac{2(9.81\text{ m/s}^2}{V^2}\right] \qquad \text{or} \qquad fV^2 \approx 0.471 \quad \text{(SI units)}$$

To get started, we only need to guess f, compute $V = \sqrt{0.471/f}$, then get Re_d, compute a better f from the Moody chart, and repeat. The process converges fairly rapidly. A good first guess is the "fully rough" value for $\epsilon/d = 0.0002$, or $f \approx 0.014$ from Fig. 6.13. The iteration would be as follows:

Guess $f \approx 0.014$, then $V = \sqrt{0.471/0.014} = 5.80$ m/s and $\text{Re}_d = Vd/\nu \approx 87{,}000$. At $\text{Re}_d = 87{,}000$ and $\epsilon/d = 0.0002$, compute $f_{\text{new}} \approx 0.0195$ [Eq. (6.48)].
New $f \approx 0.0195$, $V = \sqrt{0.471/0.0195} = 4.91$ m/s and $\text{Re}_d = Vd/\nu = 73{,}700$. At $\text{Re}_d = 73{,}700$ and $\epsilon/d = 0.0002$, compute $f_{\text{new}} \approx 0.0201$ [Eq. (6.48)].
Better $f \approx 0.0201$, $V = \sqrt{0.471/0.0201} = 4.84$ m/s and $\text{Re}_d \approx 72{,}600$. At $\text{Re}_d = 72{,}600$ and $\epsilon/d = 0.0002$, compute $f_{\text{new}} \approx 0.0201$ [Eq. (6.48)].

We have converged to three significant figures. Thus our iterative solution is

$$V = 4.84 \text{ m/s}$$

$$Q = V\left(\frac{\pi}{4}\right)d^2 = (4.84)\left(\frac{\pi}{4}\right)(0.3)^2 \approx 0.342 \text{ m}^3/\text{s} \qquad \textit{Ans.}$$

جریان داخل کانال

مثال:

Work Example 6.9 backward, assuming that $Q = 0.342$ m^3/s and $\epsilon = 0.06$ mm are known but that d (30 cm) is unknown. Recall $L = 100$ m, $\rho = 950$ kg/m^3, $\nu = 2$ E-5 m^2/s, and $h_f = 8$ m.

First write the diameter in terms of the friction factor:

$$f = \frac{\pi^2}{8}\frac{(9.81\ \text{m/s}^2)(8\ \text{m})d^5}{(100\ \text{m})(0.342\ \text{m}^3/\text{s})^2} = 8.28d^5 \qquad \text{or} \qquad d \approx 0.655f^{1/5} \tag{1}$$

in SI units. Also write the Reynolds number and roughness ratio in terms of the diameter:

$$\text{Re}_d = \frac{4(0.342\ \text{m}^3/\text{s})}{\pi(2\ \text{E-5}\ \text{m}^2/\text{s})d} = \frac{21{,}800}{d} \tag{2}$$

$$\frac{\epsilon}{d} = \frac{6\ \text{E-5 m}}{d} \tag{3}$$

Guess f, compute d from (1), then compute Re_d from (2) and ϵ/d from (3), and compute a better f from the Moody chart or Eq. (6.48). Repeat until (fairly rapid) convergence. Having no initial estimate for f, the writer guesses $f \approx 0.03$ (about in the middle of the turbulent portion of the Moody chart). The following calculations result:

$$f \approx 0.03 \qquad d \approx 0.655(0.03)^{1/5} \approx 0.325\ \text{m}$$

$$\text{Re}_d \approx \frac{21{,}800}{0.325} \approx 67{,}000 \qquad \frac{\epsilon}{d} \approx 1.85\ \text{E-4}$$

Eq. (6.48): $f_{\text{new}} \approx 0.0203$ then $d_{\text{new}} \approx 0.301$ m

$$\text{Re}_{d,\text{new}} \approx 72{,}500 \qquad \frac{\epsilon}{d} \approx 2.0\ \text{E-4}$$

Eq. (6.48): $f_{\text{better}} \approx 0.0201$ and $d = 0.300$ m *Ans.*

جریان داخل کانال

جریان در کانال غیر دایروی

- برای کانال غیر دایروی قطر معادل از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$h_f = f\frac{L}{4R_h}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{D_h}\frac{V^2}{2g} \qquad f = F\left(\frac{VD_h}{\nu}, \frac{\epsilon}{D_h}\right)$$

$$D_h = \frac{4A}{\mathcal{P}} = \frac{4 \times \text{area}}{\text{wetted perimeter}} = 4R_h$$

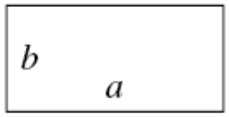
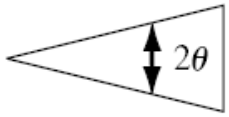
- میزان خطا:

$$f \approx \begin{cases} \dfrac{64}{\text{Re}_{D_h}} & \pm 40\% \quad \text{laminar flow} \\ f_{\text{Moody}}\left(\text{Re}_{D_h}, \dfrac{\epsilon}{D_h}\right) & \pm 15\% \quad \text{turbulent flow} \end{cases}$$

جریان داخل کانال

ضرایب تصحیح برای جریان آرام در کانال مربعی و مثلثی:

Table 6.4 Laminar Friction Constants $f\mathrm{Re}$ for Rectangular and Triangular Ducts

Rectangular		Isosceles triangle	
			
b/a	$f\mathrm{Re}_{D_h}$	θ, deg	$f\mathrm{Re}_{D_h}$
0.0	96.00	0	48.0
0.05	89.91	10	51.6
0.1	84.68	20	52.9
0.125	82.34	30	53.3
0.167	78.81	40	52.9
0.25	72.93	50	52.0
0.4	65.47	60	51.1
0.5	62.19	70	49.5
0.75	57.89	80	48.3
1.0	56.91	90	48.0

$$D_{\text{eff}} = [64/(f\,\mathrm{Re})]D_h$$

جریان داخل کانال

افت های موضعی (فرعی) در جریان داخلی

- در جریان داخلی دو نوع اتلاف انرژی برای لوله ها در نظر گرفته می شود: یکی از انها افت بر اثر تغییر قطر لوله ها و انواع اتصالات (Minor Loss) و دیگری افت بر اثر اصطکاک در لوله ها (Major loss) که مقدار آن نسبت به دیگری بیشتر است.

- رابطه تقریب میزان افت های فرعی:

$$\text{Loss coefficient } K = \frac{h_m}{V^2/(2g)} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

- K : ضریب اتلاف انرژی موضعی (ضریبی تجربی که از جداول مربوطه به دست می آید و بدون بعد است.)
- V:سرعت جریان (معمولا سرعت ورودی را در نظر می گیریم)
- افت هد کلی:

$$\Delta h_{\text{tot}} = h_f + \sum h_m = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{fL}{d} + \sum K\right)$$

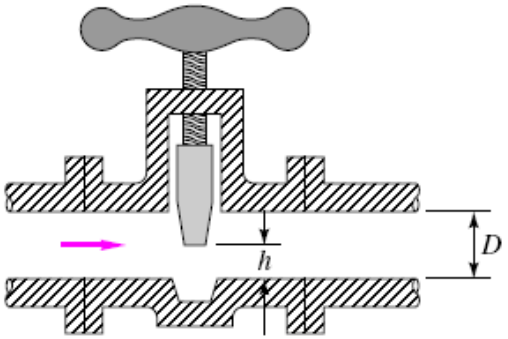
جریان داخل کانال

افت های موضعی (فرعی) به دلایل زیر به وجود می آیند:

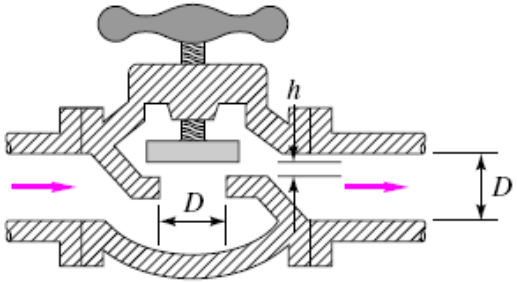
- در ورودی یا خروجی لوله: سیال قبل از ورود یا خروج از لوله دارای سطح و فشار متفاوتی نسبت به ورودی و خروجی لوله بوده است و هنگام ورود یا از خروج از لوله باید دبی جریان تغییر کند.
- بزرگ یا کوچک شدن ناگهانی مقطع: بزرگ یا کوچک شدن ناگهانی مقطع باعث افت یا افزایش سیال خواهد شد که خود افت جزئی یا خطایی را در بر خواهد داشت.مانند عبور از سیال از نازل یا برعکس آن که باعث افت یا افزایش فشار خواهد شد و تغییر ایجاد می کند.
- اتصالات به کار رفته در سیستم ،مانند زانویی ،سه راهی و ... : اتصالات در حقیقت و در واقع مانند مانعی ناگهانی دربرابر جریان عمل می کنند و مقداری از انرژی سیال را می گیرند که خود باعث خطا می شود
- شیرها ،در حالت باز و نیمه باز: شیرها هم مانند اتصالات ایجاد مانع می کنند و باعث تغییر در روند حرکت سیال خواهند شد و هرچقدر شیر بسته تر باشد فشار بیشتر افت می کند.
- ۷.بزرگ یا کوچک شدن تدریجی مقطع

جریان داخل کانال

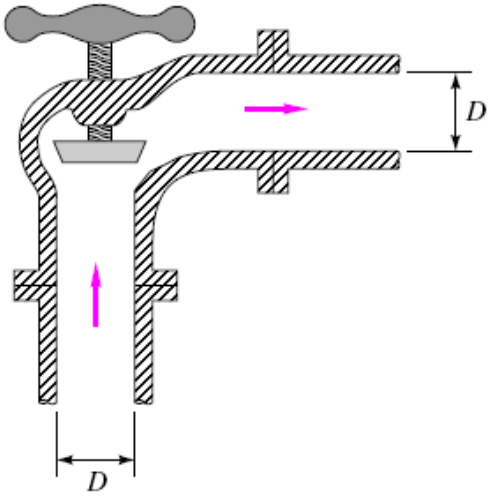
افت های موضعی (فرعی) در شیرها:



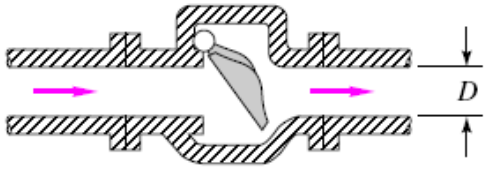
gate valve;



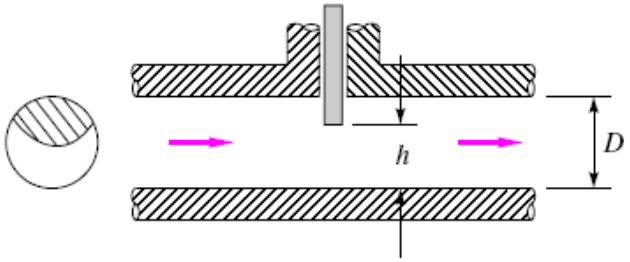
globe valve



angle valve;



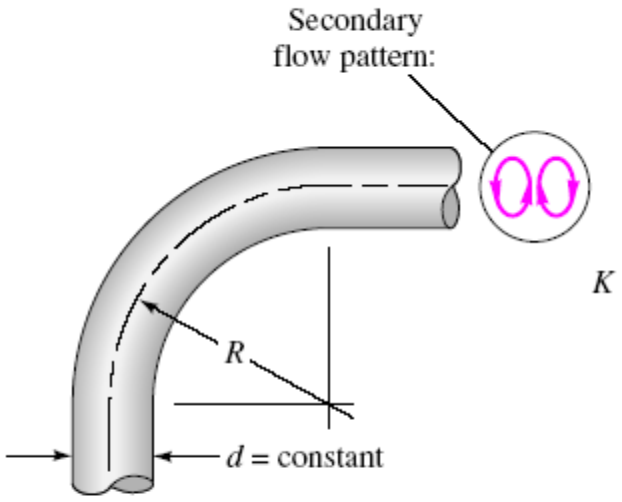
swing-check valve



disk-type gate valve.

جریان داخل کانال

افت های موضعی (فرعی) در زانویی:



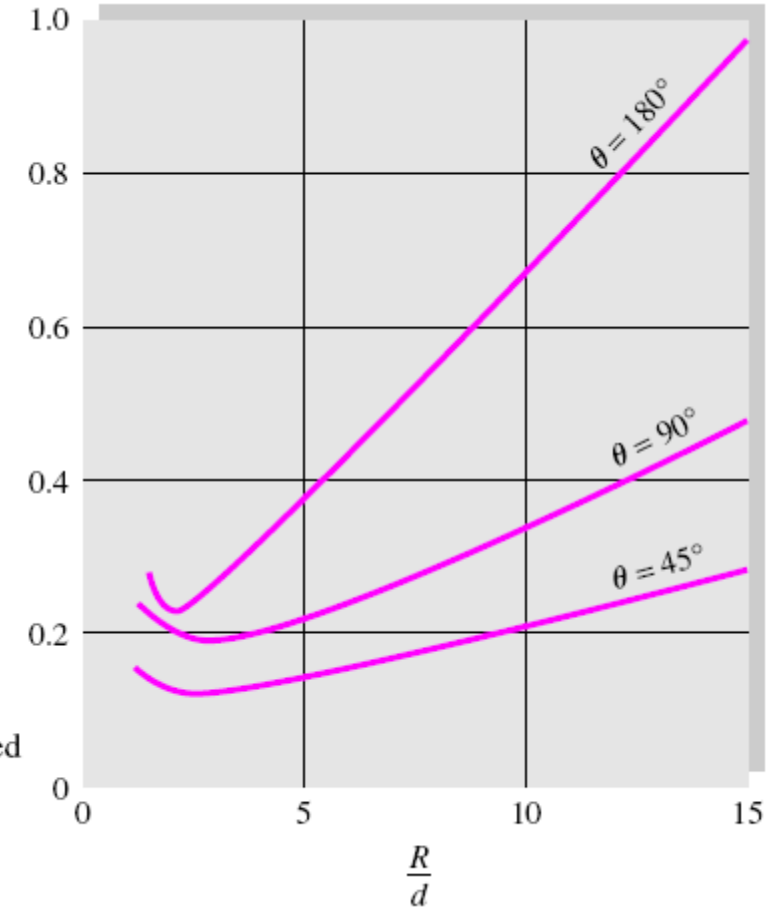


Fig. 6.20 Resistance coefficients for smooth-walled

جریان داخل کانال

جدول ضرایب برخی افت های موضعی (فرعی) :

Table 6.5 Resistance Coefficients $K = h_m/[V^2/(2g)]$ for Open Valves, Elbows, and Tees

	Nominal diameter, in								
	Screwed				Flanged				
	$\frac{1}{2}$	1	2	4	1	2	4	8	20
Valves (fully open):									
Globe	14	8.2	6.9	5.7	13	8.5	6.0	5.8	5.5
Gate	0.30	0.24	0.16	0.11	0.80	0.35	0.16	0.07	0.03
Swing check	5.1	2.9	2.1	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Angle	9.0	4.7	2.0	1.0	4.5	2.4	2.0	2.0	2.0
Elbows:									
45° regular	0.39	0.32	0.30	0.29					
45° long radius					0.21	0.20	0.19	0.16	0.14
90° regular	2.0	1.5	0.95	0.64	0.50	0.39	0.30	0.26	0.21
90° long radius	1.0	0.72	0.41	0.23	0.40	0.30	0.19	0.15	0.10
180° regular	2.0	1.5	0.95	0.64	0.41	0.35	0.30	0.25	0.20
180° long radius					0.40	0.30	0.21	0.15	0.10
Tees:									
Line flow	0.90	0.90	0.90	0.90	0.24	0.19	0.14	0.10	0.07
Branch flow	2.4	1.8	1.4	1.1	1.0	0.80	0.64	0.58	0.41

جریان داخل کانال

Semnan University

افت موضعی (فرعی) در ورودی و خروجی جریان:

Table 6.5 Resistance Coefficients $K = h_m/[V^2/(2g)]$ for Open Valves, Elbows, and Tees

	Nominal diameter, in								
	Screwed				Flanged				
	$\frac{1}{2}$	1	2	4	1	2	4	8	20
Valves (fully open):									
Globe	14	8.2	6.9	5.7	13	8.5	6.0	5.8	5.5
Gate	0.30	0.24	0.16	0.11	0.80	0.35	0.16	0.07	0.03
Swing check	5.1	2.9	2.1	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Angle	9.0	4.7	2.0	1.0	4.5	2.4	2.0	2.0	2.0
Elbows:									
45° regular	0.39	0.32	0.30	0.29					
45° long radius					0.21	0.20	0.19	0.16	0.14
90° regular	2.0	1.5	0.95	0.64	0.50	0.39	0.30	0.26	0.21
90° long radius	1.0	0.72	0.41	0.23	0.40	0.30	0.19	0.15	0.10
180° regular	2.0	1.5	0.95	0.64	0.41	0.35	0.30	0.25	0.20
180° long radius					0.40	0.30	0.21	0.15	0.10
Tees:									
Line flow	0.90	0.90	0.90	0.90	0.24	0.19	0.14	0.10	0.07
Branch flow	2.4	1.8	1.4	1.1	1.0	0.80	0.64	0.58	0.41