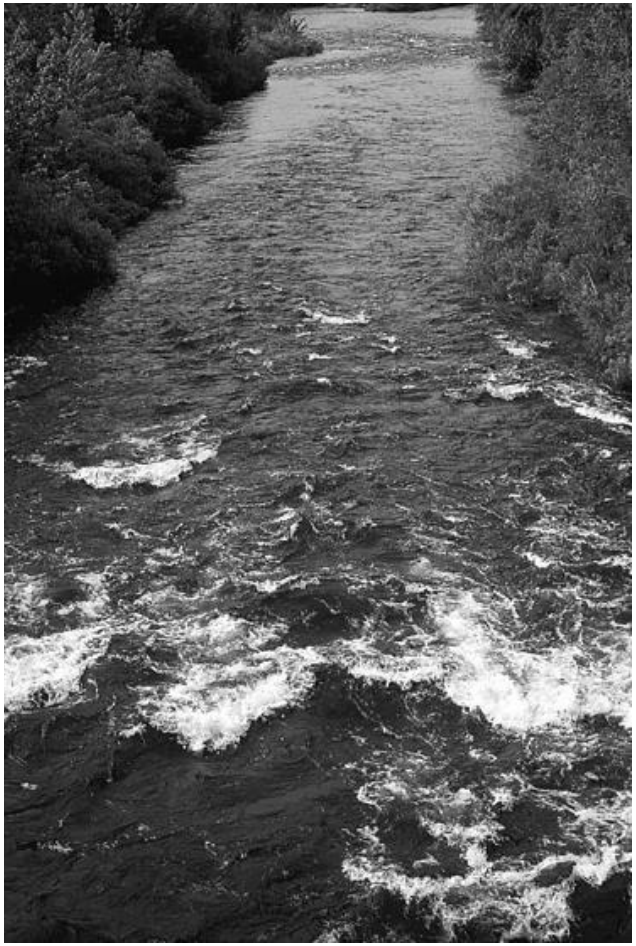
جریان در کانال باز (سطح آزاد)

- Open Channel Flow

جریان در کانال باز

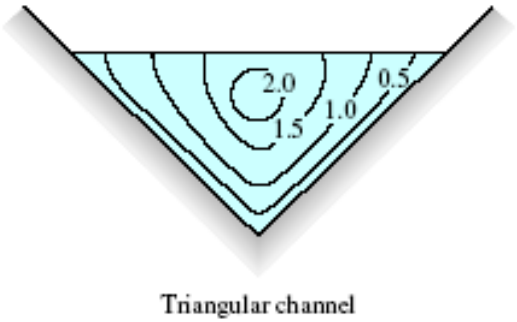
Semnan University

اهداف

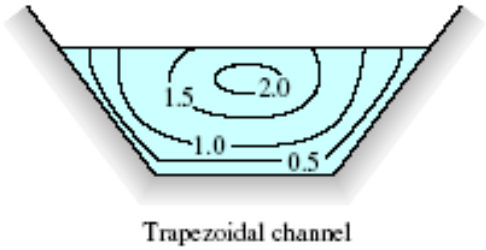


- تعاریف و مفاهیم پایه
- معادله انرژی جریان در کانال روباز
- اثر تغییر سطح مقطع جریان
- پرش هیدرولیکی (Hydraulic Jump)
- روابط تجربی
- کانال بهینه

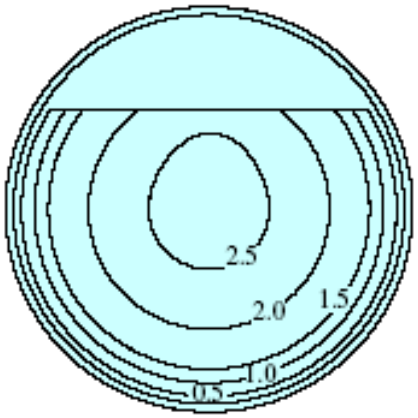
جریان در کانال باز



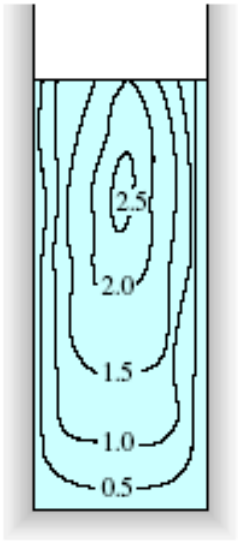
Triangular channel



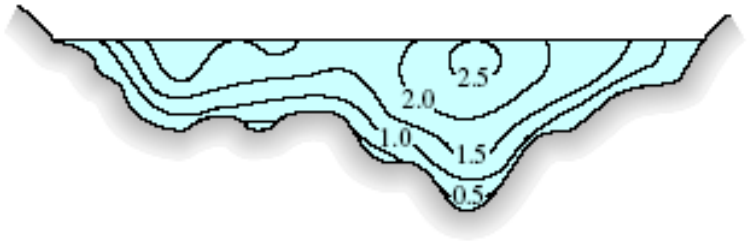
Trapezoidal channel



Pipe



Narrow rectangular sectior



Natural irregular channel

- توزیع سرعت پیچیده است
- در سطول کناری و

کف شرط عدم لغزش صادق است

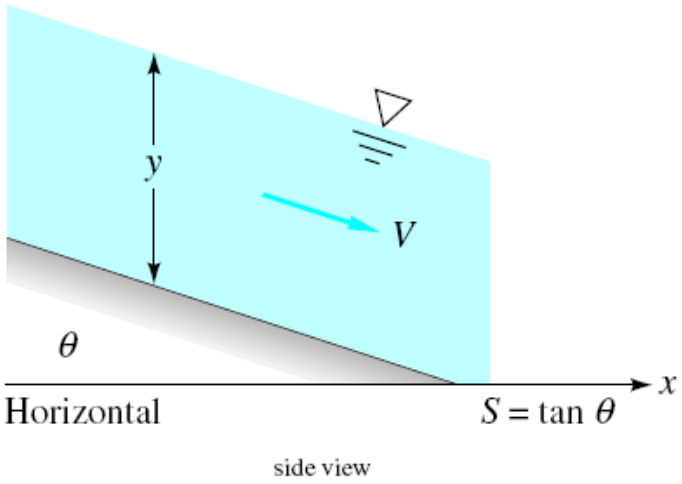
جریان در کانال باز

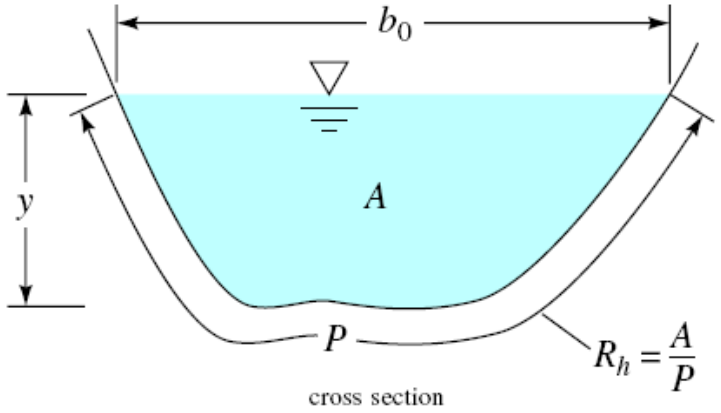
تحلیل یک بعدی

- در یک کانال باز، سرعت جریان در سطوح کناری و پایین، صفر است. زیرا در این سطوح، لغزش وجود ندارد.
- در کانال‌ها با هندسه متقارن، سرعت در صفحه میانی به بیشترین مقدار خود می‌رسد.
- سرعت ماکسیمم در جایی پایین‌تر از سطح آزاد اتفاق می‌افتد.
- در بسیاری از موارد، سرعت سیال در جهت جریان نیز تغییر می‌کند. بنابراین، در حالت کلی، توزیع سرعت در کانال‌های باز، سه‌بعدی است.
- در کاربردهای مهندسی، معادلات برحسب سرعت متوسط در سطح مقطع کانال نوشته می‌شود.
- تک‌بعدی بودن جریان، به حل مسأله‌های واقعی با رویکردی ساده کمک می‌کند.

جریان در کانال باز

معادلات حاکم (یک بعدی) برای جریان یکنواخت





- بقای جرم (پایا و چگالی ثابت)

$$Q = V(x)A(x) = \text{const}$$

- بقای انرژی (با در نظر گرفتن اصطکاک-پایا)

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

- نقاط ۱ و ۲ روی سطح آزاد انتخاب شده است که فشار آن برابر فشار اتمسفر است.
- Z، ارتفاع کلی سطح آزاد (شامل عمق و ارتفاع کف) است

جریان در کانال باز

معادلات حاکم (یک بعدی) برای جریان یکنواخت

- h_f، افت هد اصطکاکی از رابطه زیر تقریب زده می شود:

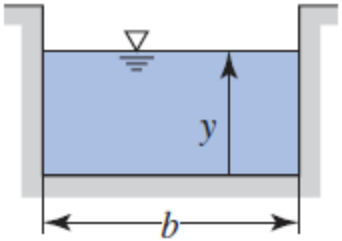
$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

$$h_f \approx f \frac{x_2 - x_1}{D_h} \frac{V_{av}^2}{2g} \qquad D_h = \text{hydraulic diameter} = \frac{4A}{P}$$

- که در این رابطه f مقدار متوسط ضریب اصطکاک است.
- روابط حاکم بر جریان های کانال باز معمولا بر حسب شعاع هیدرولیکی بیان می شود:

$$R_h = \frac{1}{4} D_h = \frac{A}{P}$$

- A، سطح مقطع جریان و P محیط تر شده می باشد.



P=b+2y

جریان در کانال باز

تقسیم بندی جریان در کانل باز

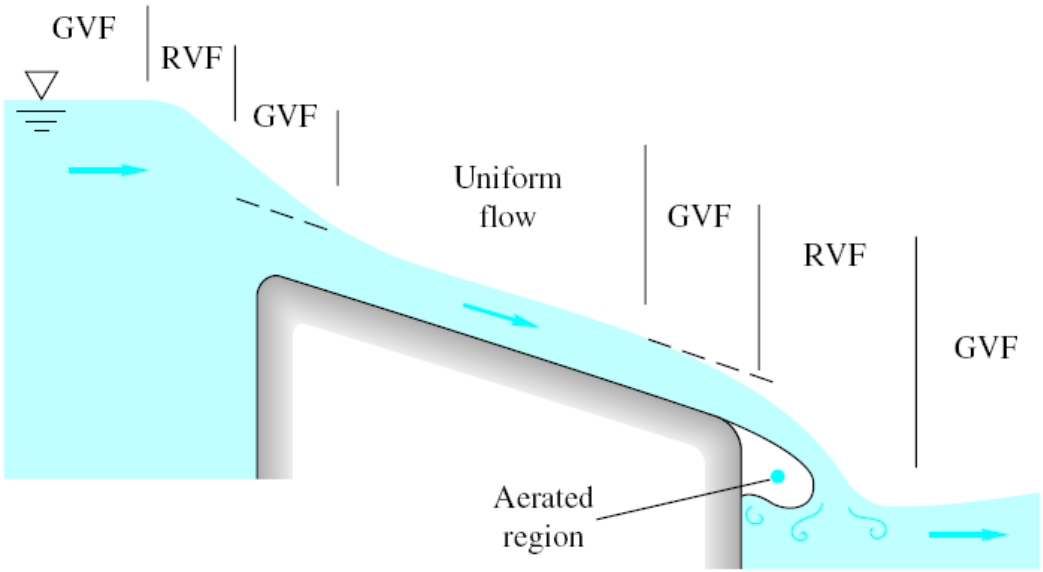
- می‌توان جریان در کانال باز را با توجه به چگونگی تغییرات عمق جریان، y، در طول کانال، به دو نوع یکنواخت و غیر یکنواخت (متغیر) تقسیم کرد.
- اگر عمق جریان و در نتیجه، سرعت متوسط آن در یک کانال ثابت بماند، جریان یکنواخت یا Uniform خواهد بود.
- در غیر این صورت، عمق جریان و سرعت متوسط در طول کانال، متغیر (Varied) است.

1. Uniform flow (constant depth and slope)
2. Varied flow
   a. Gradually varied (one-dimensional)
   b. Rapidly varied (multidimensional)

جریان در کانال باز

تقسیم بندی جریان در کانل باز

- وجود یک مانع در کانال، مانند یک دریچه، تغییر در شیب یا تغییر سطح مقطع موجب تغییر در عمق جریان می‌شود. به چنین جریانی، جریان متغیر می گوییم.
- اگر در فاصله طولی کوتاهی در مسیر جریان، عمق جریان به میزان زیادی تغییر کند، جریان متغیر از نوع جریان متغیر سریع (RVF) است.
- اگر تغییر عمق جریان، آرام آرام و در مسافتی طولانی اتفاق بیافتد، جریان متغیر از نوع جریان متغیر تدریجی (GVF) خواهد بود.



جریان در کانال باز

تقسیم بندی جریان بر اساس عدد فرود

- شیوه دیگر دسته‌بندی جریان در کانال باز با کمک عدد بی‌بُعد فرود (Froude Number) انجام می‌شود.

$$\mathrm{Fr} = V/(gy)^{1/2}$$

- در این رابطه، V سرعت متوسط و y عمق جریان است.
- در واقع عدد فرود نسبت نیروی اینرسی به نیروی گرانش (وزن) است.

$$Fr^2 = \frac{V^2 \times \rho A}{g L_c \times \rho A} = \frac{2(\frac{1}{2}\rho V^2 A)}{mg}$$

- براساس عدد فرود، می‌توان جریان را به سه حالت زیر بحرانی (Subcritical)، بحرانی (Critical) و فوق بحرانی (Supercritical) تقسیم کرد.

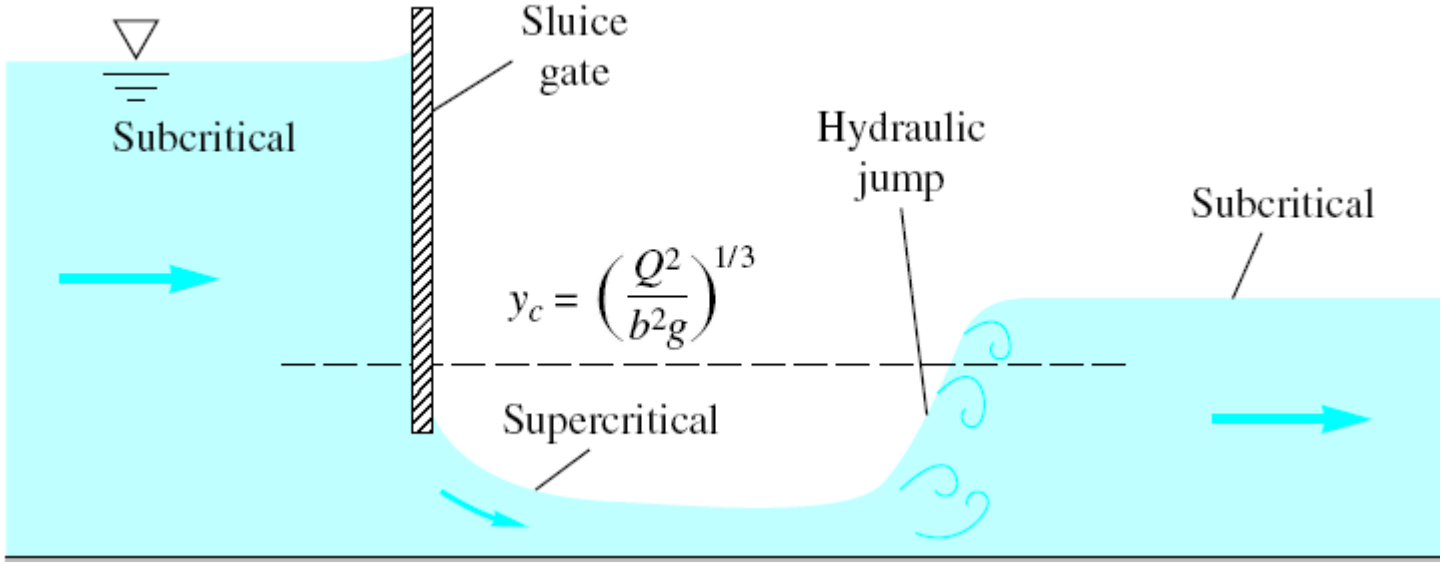
$\mathrm{Fr} < 1.0$	subcritical flow
$\mathrm{Fr} = 1.0$	critical flow
$\mathrm{Fr} > 1.0$	supercritical flow

- Fr<1باشد، موج به سمت بالادست حرکت می کند
- Fr>1 باشد، موج به طرف پایین‌دست منتشر می‌شود
- Fr=1 باشد، موج روی سطح ساکن می‌ماند.

جریان در کانال باز

پرش هیدرولیکی

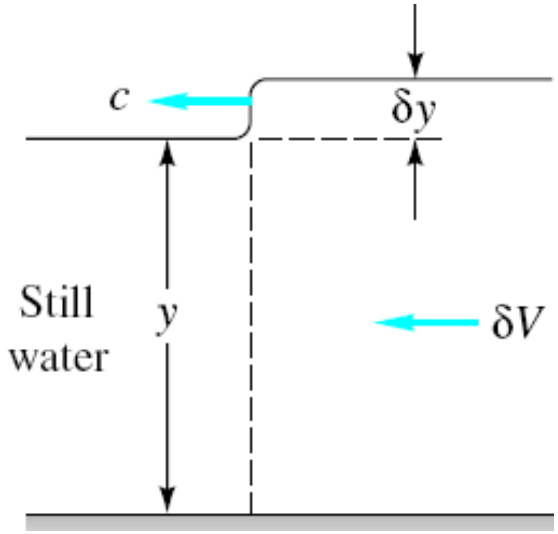
- همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، عمق سیال در جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی به ترتیب $y>y_c$ و $y<y_c$ خواهد بود.
- سیال می‌تواند از حالت زیر بحرانی به جریان فوق بحرانی تبدیل شود. از سوی دیگر، این امکان وجود دارد که از شتاب جریان فوق بحرانی کاسته شده و به جریان زیر بحرانی تبدیل شود. چنین پدیده‌ای با بروز یک شوک اتفاق می‌افتد که **پرش هیدرولیکی** نام دارد.



جریان در کانال باز

سرعت امواج سطحی

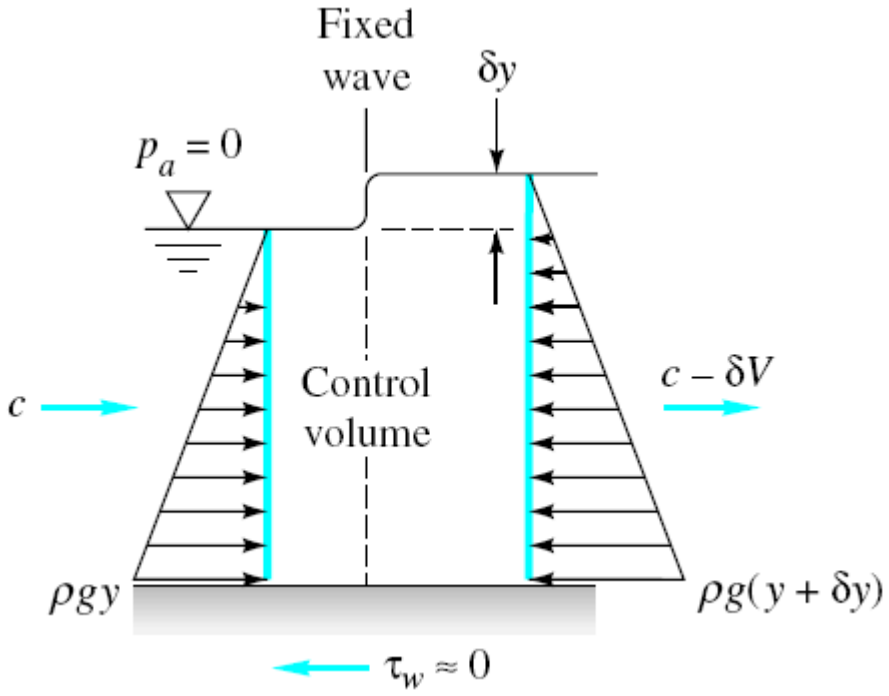
- تشکیل موج روی سطح آزاد آب، پدیده‌ای است که در دریا، رودخانه و حتی استخر مشاهده می شود. دامنه این امواج، بسیار گسترده است. برای درک بهتر برخی از جنبه‌های جریان در کانال باز، خلاصه‌ای از اساس حرکت موج تشریح می شود.
- کانالی با عرض و طول زیاد را در نظر بگیرید که در ابتدا سیالی به ارتفاع y در حال سکون در آن قرار دارد. انتهای کانال، مطابق شکل زیر، با سرعت δV شروع به حرکت می‌کند. در این حالت، موج سطحی با ارتفاع δy و با سرعت c به سمت مایع ساکن منتشر می‌شود.



جریان در کانال باز

سرعت امواج سطحی

- حجم کنترلی را در نظر بگیرید که این موج را در برگرفته و همراه با آن حرکت می‌کند.



- بقای جرم (جریان یک بعدی با عمق b):

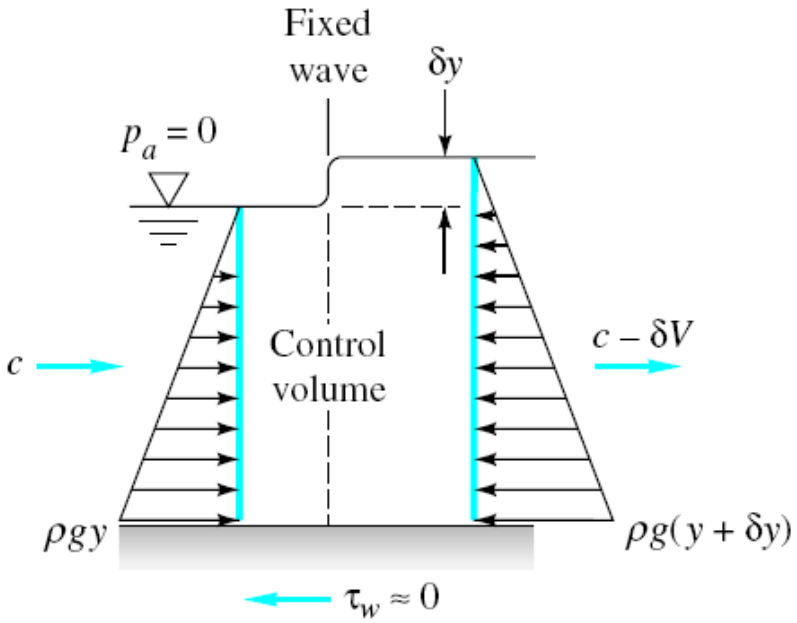
$$\rho cyb = \rho(c - \delta V)(y + \delta y)b$$

$$\delta V = c\,\frac{\delta y}{y + \delta y}$$

جریان در کانال باز

معادله مومنتم با فرضیات زیر نوشته می شود:

- سرعت جریان در کانال باز تقریباً ثابت است.
- اصطکاک در سطح مشترک با هوا ناچیز است.
- فشار مایع به صورت هیدرواستاتیکی تغییر می کند
- نرخ دبی جرمی، ثابت و برابر است.
- هیچ نیرویی از بیرون وارد نمی‌شود.



- معادله مومنتم:

$$-\tfrac{1}{2}\rho g b[(y+\delta y)^2 - y^2] = \rho c b y(c - \delta V - c)$$

- پس از ساده سازی:

$$g\left(1 + \frac{\frac{1}{2}\delta y}{y}\right)\delta y = c\,\delta V$$

جریان در کانال باز

با جایگذاری δV بقای جرم خواهیم داشت:

$$c^2 = gy\left(1 + \frac{\delta y}{y}\right)\left(1 + \frac{\frac{1}{2}\,\delta y}{y}\right)$$

- برای امواج با عمق کم $\delta y << y$ خواهیم داشت:

$$c_0^2 = gy$$

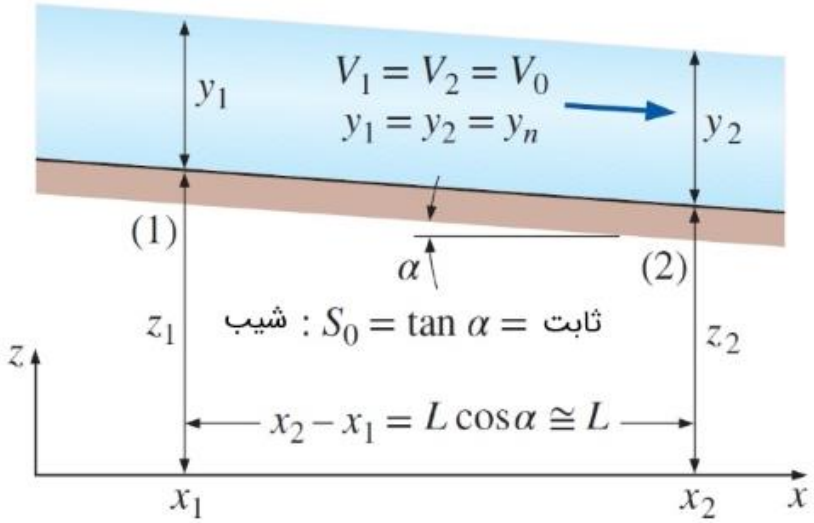
جریان در کانال باز

جریان یکنواخت-رابطه شزی

هدف: محاسبه دبی جریان در کانال با شیب مشخص

- عمق در جریان یکنواخت را عمق قائم (Normal Depth) نامیده و با yn نشان می‌دهند.
- همچنین V0 نیز برای نشان دادن سرعت متوسط جریان به کار می‌رود و سرعت جریان یکنواخت (Uniform Flow Velocity) نامیده می شود.
- تا زمانی که شیب، سطح مقطع و زبریسطح کانال تغییر نکند، جریان یکنواخت باقی خواهد ماند.
- شیب کف کانال با S0 نشان داده می شود.
- بقای انرژی:

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$



کاهش ارتفاع = افت هد

$$h_L = z_1 - z_2 = S_0 L$$

جریان در کانال باز

جریان یکنواخت-رابطه شزی

- با ساده سازی معادله بقای انرژی افت انرژی (h_f) از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$h_f = z_1 - z_2 = S_0 L$$

$$S_0 = \tan\theta,$$

$$V_1 = V_2 = V_0,$$

The water depth is constant at $y = y_n$,

- رابطه دارسی-ویسباخ برای محاسبه افت هد (انرژی)

Darcy-Weisbach relation

$$h_f = f\frac{L}{D_h}\frac{V_0^2}{2g} \qquad D_h = 4R_h$$

- با ترکیب معادله انرژی و رابطه بالا خواهیم داشت:

$$V_0 = \left(\frac{8g}{f}\right)^{1/2} R_h^{1/2} S_0^{1/2}$$

جریان در کانال باز

جریان یکنواخت-رابطه شزی

- برای یک کانال با ابعاد و زبری مشخص:

$$(8g/f)^{1/2} = \text{constant}$$

- بنابراین خواهیم داشت:

$$V_0 = C(R_h S_0)^{1/2} \qquad Q = CA(R_h S_0)^{1/2}$$

- دو فرمول بالا، روابط شزی (Chezy) نامیده شده است
- روابط مختلفی برای محاسبه C، پیشنهاد شده است که مناسب ترین آن رابطه Manning است

$$C = \left(\frac{8g}{f}\right)^{1/2} \approx \alpha \frac{R_h^{1/6}}{n}$$

$$\alpha = 1.0 \quad \text{SI units} \qquad \alpha = 1.486 \quad \text{BG units}$$

جریان در کانال باز

جریان یکنواخت-رابطه شزی

- با جایگذاری رابطه مانینگ در معادله شزی خواهیم داشت:

$$V_0\,(\mathrm{m/s}) \approx \frac{1.0}{n}\,[R_h\,(\mathrm{m})]^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$Q = V_0 A \approx \frac{\alpha}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

جریان در کانال باز

مقادیر تجربی ضریب مانینگ:

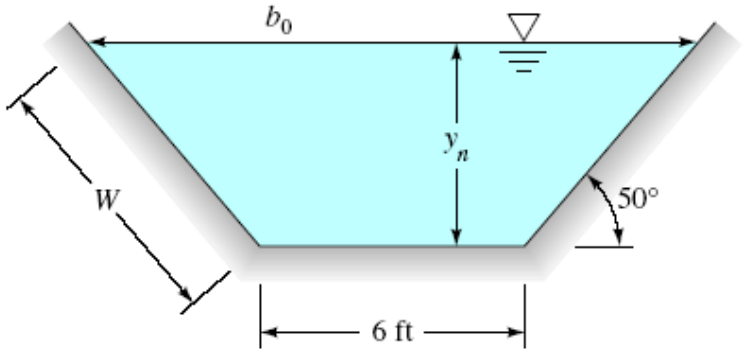
		Average roughness height ϵ	
	n	ft	mm
Artificial lined channels:			
Glass	0.010 ± 0.002	0.0011	0.3
Brass	0.011 ± 0.002	0.0019	0.6
Steel, smooth	0.012 ± 0.002	0.0032	1.0
Painted	0.014 ± 0.003	0.0080	2.4
Riveted	0.015 ± 0.002	0.012	3.7
Cast iron	0.013 ± 0.003	0.0051	1.6
Cement, finished	0.012 ± 0.002	0.0032	1.0
Unfinished	0.014 ± 0.002	0.0080	2.4
Planed wood	0.012 ± 0.002	0.0032	1.0
Clay tile	0.014 ± 0.003	0.0080	2.4
Brickwork	0.015 ± 0.002	0.012	3.7
Asphalt	0.016 ± 0.003	0.018	5.4
Corrugated metal	0.022 ± 0.005	0.12	37
Rubble masonry	0.025 ± 0.005	0.26	80
Excavated earth channels:			
Clean	0.022 ± 0.004	0.12	37
Gravelly	0.025 ± 0.005	0.26	80
Weedy	0.030 ± 0.005	0.8	240
Stony, cobbles	0.035 ± 0.010	1.5	500
Natural channels:			
Clean and straight	0.030 ± 0.005	0.8	240
Sluggish, deep pools	0.040 ± 0.010	3	900
Major rivers	0.035 ± 0.010	1.5	500
Floodplains:			
Pasture, farmland	0.035 ± 0.010	1.5	500
Light brush	0.05 ± 0.02	6	2000
Heavy brush	0.075 ± 0.025	15	5000
Trees	0.15 ± 0.05	?	?

جریان در کانال باز

مثال (محاسبه عمق طبیعی):

- یک کانال ذوزنقه ای از جنس آسفالت مطابق شکل با شیب $S_b=0.0015$ را در نظر بگیرید. عمق جریان (y_n) چقدر باشد تا این کانال آب با دبی ۳۰۰ فوت مکعب بر ثانیه را از خود عبور دهد.

$$Q = V_0 A \approx \frac{\alpha}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$



- تمام ابعاد باید بر حسب (y_n) محاسبه شود.

$$b_0 = 6 \text{ ft} + 2y_n \cot 50° \qquad A = \tfrac{1}{2}(6 + b_0)y_n = 6y_n + y_n^2 \cot 50°$$

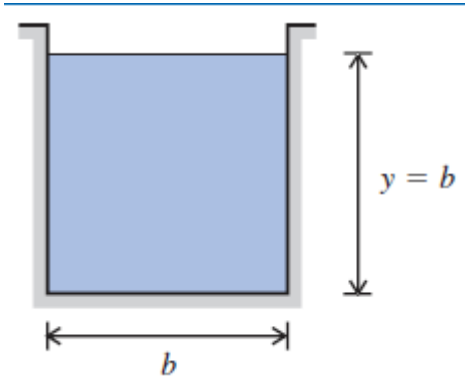
```
P = 6 + 2*yn/sin(50)
A = 6*yn + yn^2/tan(50)
Rh = A/P
300 = 1.49/0.016*A*Rh^(2/3)*0.0015^0.5
```

- نتیجه محاسبه: $P = 17.95$ $A = 45.04$ $R_h = 2.509$ $\mathbf{y_n = 4.577\ ft}$

جریان در کانال باز

مثال (مقایسه دو کانال):

- یک کانال از جنس بتن (n=0.015) با شیب S_b=0.001 را در نظر بگیرید. میزان دبی جریان را برای دو کانال مربعی و نیم دایره با پهنای ۰/۵ الی ۲/۰ متر مقایسه نمایید.
- برای کانال با سطح مقطع مربعی:



$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_b^{1/2}$$

$$P = 3b \quad \text{and} \quad A = b^2 \quad \text{so} \quad R_h = \frac{b}{3}$$

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_b^{1/2} = \frac{1}{n} b^2 \left(\frac{b}{3}\right)^{2/3} S_b^{1/2} = \frac{1}{3^{2/3} n} S_b^{1/2} b^{8/3}$$

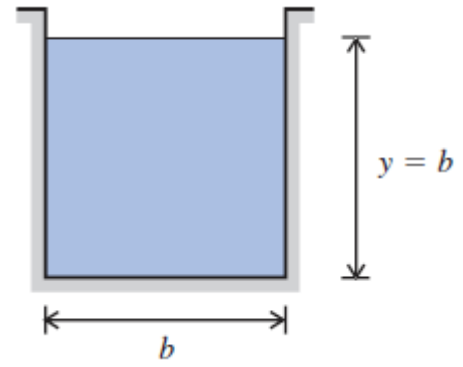
For $b = 1$ m,

$$Q = \frac{1}{3^{2/3}(0.015)} (0.001)^{1/2} (1)^{8/3} = 1.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

جریان در کانال باز

- برای پهناهای مختلف کانال مربعی خواهیم داشت:

b (m)	0.5	1.0	1.5	2.0
A (m^2)	0.25	1.00	2.25	4.00
Q (m^3/s)	0.160	1.01	2.99	6.44



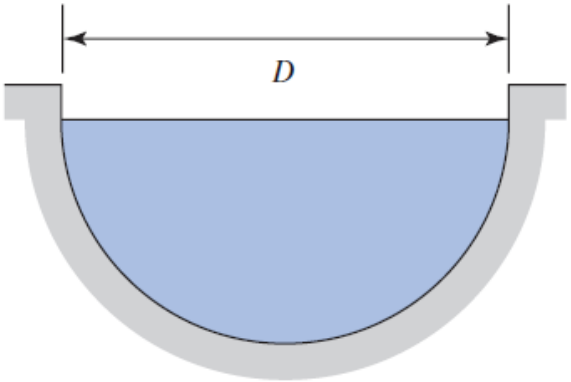
- برای کانال با سطح مقطع نیم دایره:

$$P = \frac{\pi D}{2} \quad \text{and} \quad A = \frac{\pi D^2}{8}$$

$$\text{so} \qquad R_h = \frac{\pi D^2}{8}\frac{2}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

$$Q = \frac{1}{n}AR_h^{2/3}S_b^{1/2} = \frac{1}{n}\frac{\pi D^2}{8}\left(\frac{D}{4}\right)^{2/3}S_b^{1/2}$$

$$= \frac{\pi}{4^{5/3}(2)n}S_b^{1/2}D^{8/3}$$



جریان در کانال باز

- برای قطر ۱ متر:

For $D = 1$ m,

$$Q = \frac{\pi}{4^{5/3}(2)(0.015)}(0.001)^{1/2}(1)^{8/3} = 0.329\,\text{m}^3/\text{s}$$

- برای قطرهای مختلف کانال سطح مقطع نیم دایره خواهیم داشت:

D (m)	0.5	1.0	1.5	2.0
A (m^2)	0.0982	0.393	0.884	1.57
Q (m^3/s)	0.0517	0.329	0.969	2.09

- اگر سطح مقطع هر دو کانال ۱ متر مربع در نظر گرفته شود:
- برای کانال مربعی:

$A = 1\ \text{m}^2,\ Q/A = 1.01\ \text{m/s}$

- برای کانال نیم دایره:

$A = 1\ \text{m}^2$, then $D = 1.60$ m, and $Q = 1.15\ \text{m}^3/\text{s};\ Q/A = 1.15\ \text{m/s}$

- بنابراین در سطح مقطع و شیب یکسان کانال نیم دایره دبی بیشتری از خود عبور می دهد.

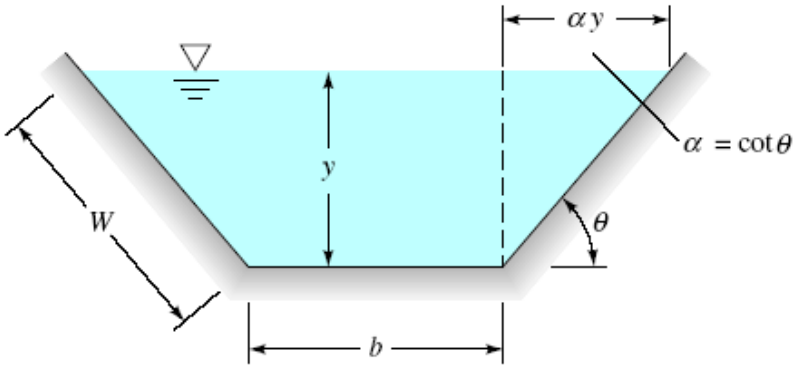
جریان در کانال باز

کانال بهینه

هدف: محاسبه پارامترهای هندسی بهترین کانال ذوزنقه ای

بهترین کانال: با سطح مقطع یکسان و حداقل محیط تر شده

- کانال ذوزنقه ای با ابعاد مشخص را در نظر بگیرید:



- سطح مقطع کانال و محیط تر شده برابر است با:

$$A = by + \alpha y^2 \qquad \alpha = \cot\theta$$

$$P = b + 2W = b + 2y(1 + \alpha^2)^{1/2}$$

- با حذف b از دو رابطه اخیر:

$$P = \frac{A}{y} - \alpha y + 2y(1 + \alpha^2)^{1/2}$$

جریان در کانال باز

کانال بهینه

- برای کانال بهینه باید سطح مقطع کمینه گردد. به عبارت دیگر برای زاویه و سطح مقطع ثابت $dP/dy=0$ برقرار باشد. با اعمال این شرط خواهیم داشت:

$$A = y^2[2(1 + \alpha^2)^{1/2} - \alpha] \qquad P = 4y(1 + \alpha^2)^{1/2} - 2\alpha y$$

- این روابط برای تمام زوایای α صادق است. از آنجا که مستطیل حالت خاص ذوزنقه $\alpha=0$ است. بهترین ابعاد کانال مستطیلی به صورت زیر به دست می آید.

$$A = 2y^2 \qquad P = 4y \qquad R_h = \tfrac{1}{2}y \qquad b = 2y$$

- برای محاسبه بهترین زاویه جانبی برای کانال ذوزنقه ای $dP/d\alpha=0$ را اعمال می کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$2\alpha = (1 + \alpha^2)^{1/2} \qquad \alpha = \cot\theta = \frac{1}{3^{1/2}}$$

- نتیجه (بهترین زاویه جانبی کانال ذوزنقه ای):

$$\theta = 60^\circ$$

جریان در کانال باز

Semnan University

مثال:

- بهترین ابعاد کانال آجری برای انتقال آب با دبی ۵ متر مکعب بر ساعت را با شیب $S_b=0.001$ محاسبه نمایید. ++

$$A = 2y^2$$

$$R_h = \tfrac{1}{2}y$$

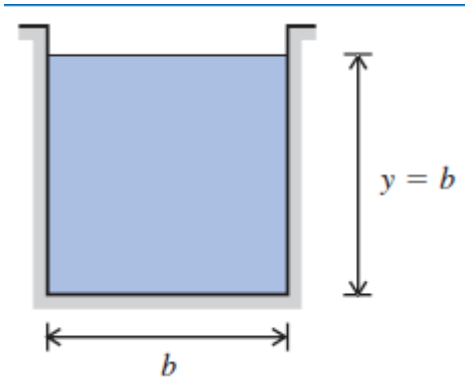
$$Q = \frac{1.0}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$5\ \text{m}^3/\text{s} = \frac{1.0}{0.015}(2y^2)\left(\frac{1}{2}y\right)^{2/3}(0.001)^{1/2}$$

$$y^{8/3} = 1.882\ \text{m}^{8/3}$$

$$y = 1.27\ \text{m}$$

$$A = 2y^2 = 3.21\ \text{m}^2 \qquad b = \frac{A}{y} = 2.53\ \text{m}$$

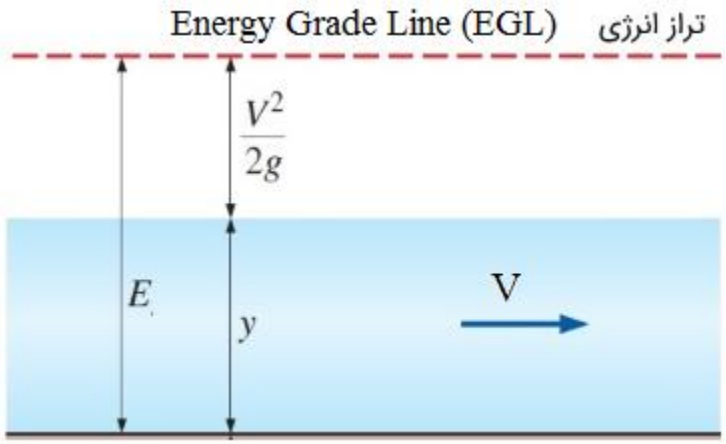


جریان در کانال باز

انرژی ویژه-عمق بحرانی

- تعریف: انرژی ویژه پارامتری مهمی در جریان کانال باز می باشد.

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$



- انرژی ویژه بر حسب دبی برای کانال مستطیلی (A=b*y):

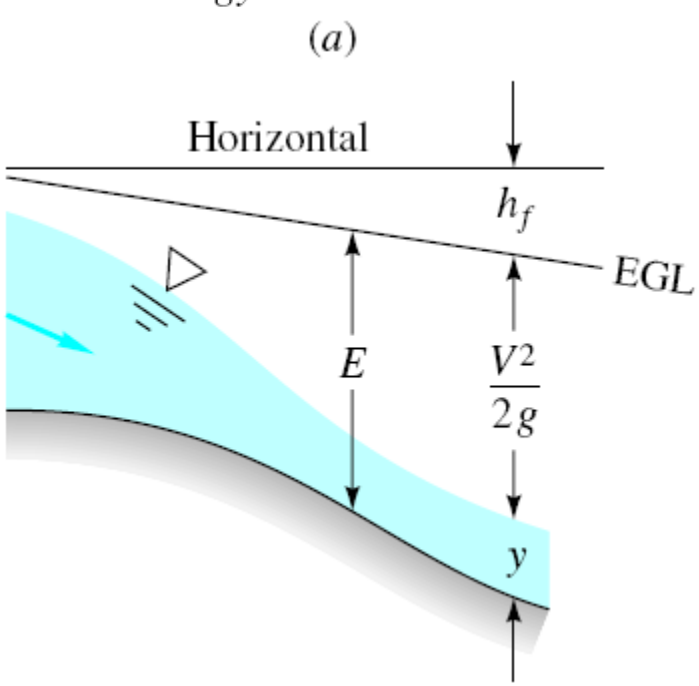
$$q = Q/b = Vy$$

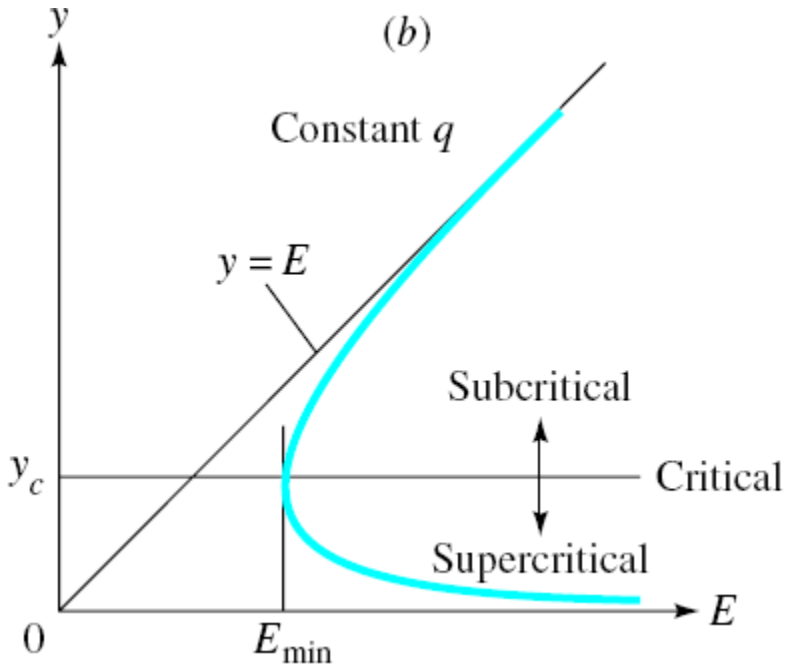
$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad q = \frac{Q}{b}$$

جریان در کانال باز

منحنی انرژی ویژه

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad q = \frac{Q}{b}$$





- مطابق شکل انرژی ویژه دارای یک مقدار کمینه (E_{min}) است که از معادله dE/dy=0 به دست می آید.
- عمق متناظر با E_{min}، عمق بحرانی (y_c) نامیده می شود.

$$y = y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{Q^2}{b^2 g}\right)^{1/3}$$

$$E_{min} = E(y_c) = \tfrac{3}{2} y_c$$

جریان در کانال باز

عمق بحرانی

- اگر جریان در عمق بحرانی قرار گیرد عدد فرود برابر یک خواهد شد.

$$y = y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{Q^2}{b^2 g}\right)^{1/3}$$

- با توجه به رابطه عمق بحرانی دبی جریان برابر است با:

$$q^2 = g y_c^3 = (g y_c) y_c^2 = V_c^2 y_c^2$$

- در این صورت:

$$V_c = (g y_c)^{1/2} = C_0 \qquad \mathrm{Fr} = 1$$

- مطابق شکل قبل، برای هر دبی مشخص جریان می تواند با دو عمق منتقل شود.

۱- جریان با عمق زیاد ($y>y_c$) ← $V<V_c$ ← جریان زیر بحرانی (Subcritical)

۲- جریان با عمق کم ($y<y_c$) ← $V>V_c$ ← جریان فوق بحرانی (Supercritical)

جریان در کانال باز

مثال:

- آب با دبی ۲ متر مکعب بر ثانیه از یک کانال مستطیلی با پهنای ۵ متر عبور می کند. الف) اگر عمق آب ۰/۵ متر باشد، سرعت و رژیم جریان را محاسبه نمایید. ب) عمق بحرانی و انرژی ویژه چقدر است؟

- الف)

$Q=A*V=b*y*V$

$2=5*0.5*V \rightarrow V=0.8\ m/s$

$Fr=V/(gy)^{0.5} \rightarrow Fr=0.8/(9.81*0.5)^{0.5} \rightarrow Fr=0.36 \rightarrow$ Subcritical

- ب)

$$y = y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{Q^2}{b^2 g}\right)^{1/3}$$

$y_c=[4/(25*9.81)]^{(1/3)}$

$y_c=0.25\ m,\ Q=V_c*y_c*b \rightarrow V_c=1.6\ m/s$

$E_{min}=1.5*y_c \rightarrow E_{min}=0.78\ m$

جریان در کانال باز

کانال غیر مستطیلی

- در کانال غیر مستطیلی انرژی ویژه بر حسب Q و A بیان می شود:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \qquad E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

- نقطه بحرانی حداقل انرژی از معادله dE/dy=0 در دبی ثابت به دست می آید.
- با توجه به اینکه A=A(y) برای حالت $E=E_{min}$ خواهیم داشت:

$$\frac{dA}{dy} = \frac{gA^3}{Q^2}$$

- که در این روابط b0 پهنای کانال در سطح آزاد است.

$$A_c = \left(\frac{b_0 Q^2}{g}\right)^{1/3}$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} = \left(\frac{gA_c}{b_0}\right)^{1/2}$$

$y > y_c,\ V < V_c$: subcritical flow (Fr < 1)

$y < y_c,\ V > V_c$: supercritical flow (Fr > 1)

جریان در کانال باز

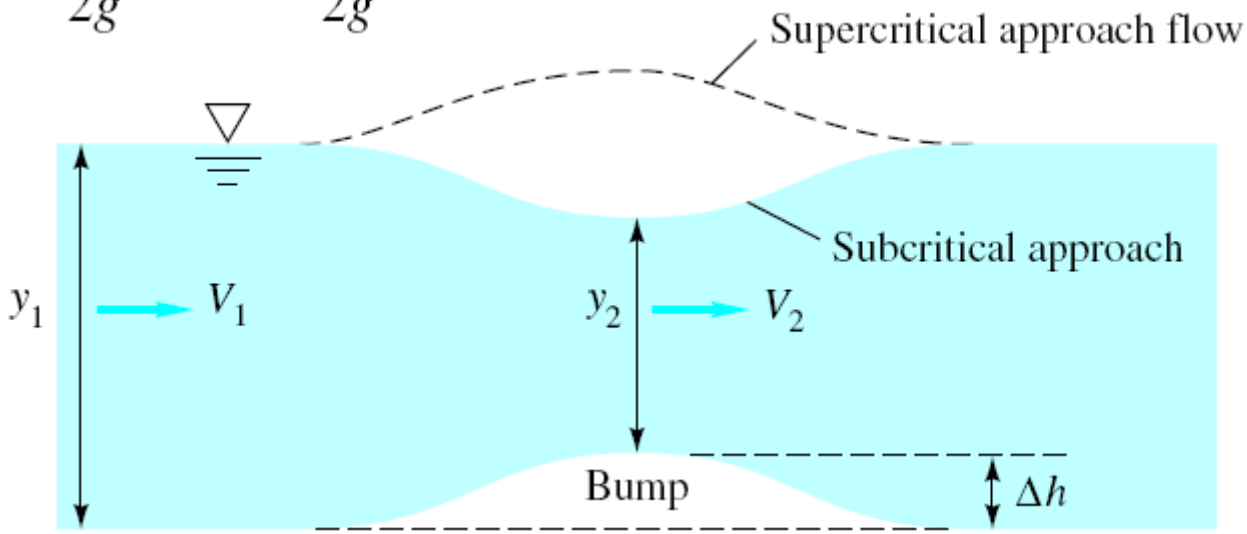
جریان بدون اصطکاک روی یک برآمدگی

- هدف: بررسی رفتار سطح آزاد در جریان عبوری از یک برآمدگی
- رفتار سطح آزاد بستگی به زیر بحرانی یا فوق بحرانی بودن جریان (عدد فرود) دارد.
- برای جریان دوبعدی بدون اصطکاک معادلات بقای جرم و مومنتم بین نقاط ۱ و ۲ به صورت زیر خواهد بود

- نقطه ۱: بالادست جریان
- نقطه ۲: مکان حداکثر برآمدگی

$$V_1 y_1 = V_2 y_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + \Delta h$$



جریان در کانال باز

Semnan University

- با حذف V_2 از دو معادله اخیر معادله درجه ۳ برای عمق y_2 به دست می آید

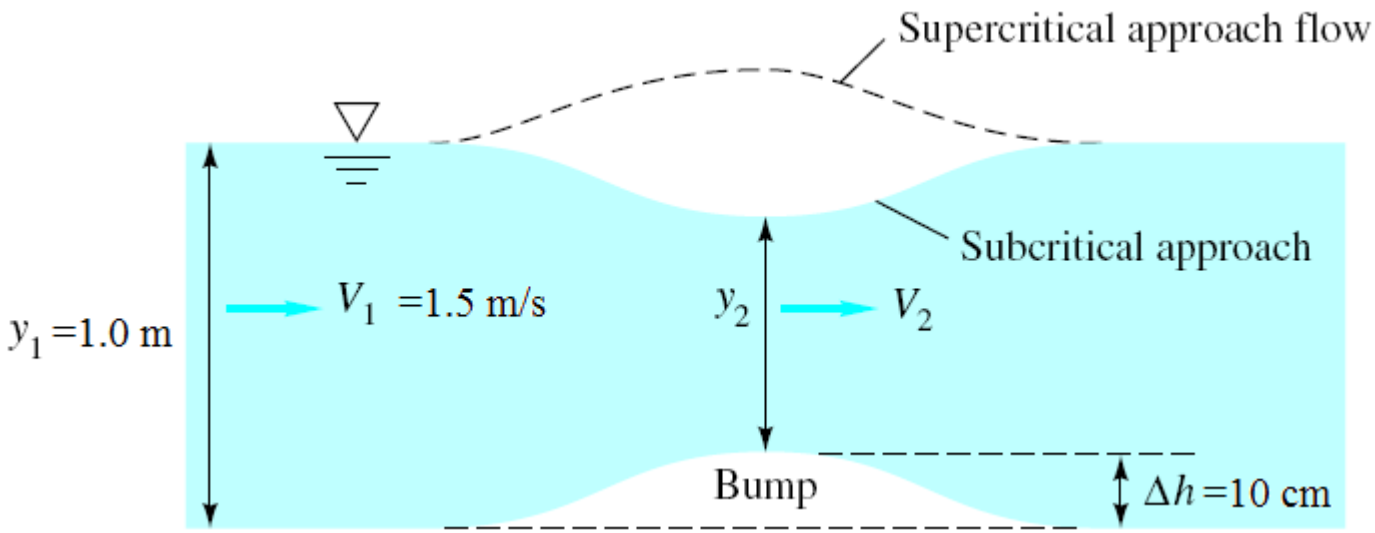
$$y_2^3 - E_2 y_2^2 + \frac{V_1^2 y_1^2}{2g} = 0 \qquad \text{where } E_2 = \frac{V_1^2}{2g} + y_1 - \Delta h$$

- اگر Δh (ارتفاع برآمدگی) زیاد نباشد معادله اخیر یک جواب مثبت و دو جواب منفی دارد.
- جوب منفی غیر فیزیکی بوده و همواره غیر قابل قبول است.
- از میان دو مقدار مثبت، جوابی که با عدد فرود منطبق باشد قابل قبول است.
- اگر جریان در بالادست (نقطه ۱) زیر بحرانی باشد($Fr_1<1.0$) سطح آب در بالای برآمدگی کاهش می یابد
- اگر جریان در بالادست (نقطه ۱) فوق بحرانی باشد($Fr_1>1.0$) سطح آب در بالای برآمدگی افزایش می یابد.
- برای جریان بحرانی در بالادست ($Fr_1=1.0$) حل مشخصی وجود ندارد.

جریان در کانال باز

Semnan University

مثال: رفتار و ارتفاع جریان در بالای نقطه برآمدگی را تعیین کنید



- حل:ابتدا عدد فرود جریان در بالادست را محاسبه می نماییم:

$$\mathrm{Fr}_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{1.5\ \mathrm{m/s}}{\sqrt{(9.81\ \mathrm{m/s^2})(1.0\ \mathrm{m})}} = 0.479$$

- با توجه به اینکه جریان بالادست زیر بحرانی ست ($\mathrm{Fr}_1<1.0$) پس باید سطح آزاد در بالای برآمدگی کاهش یابد.

جریان در کانال باز

ادامه حل:

$$y_2^3 - E_2 y_2^2 + \frac{V_1^2 y_1^2}{2g} = 0 \qquad \text{where } E_2 = \frac{V_1^2}{2g} + y_1 - \Delta h$$

- مطابق معادله مقدار E_2 را محاسبه می نماییم:

$$E_1 = \frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{(1.5)^2}{2(9.81)} + 1.0 = 1.115 \qquad E_2 = E_1 - \Delta h = 1.015 \text{ m}$$

- با جایگذاری مقدار E_2 در معادله سطح آزاد (y_2) خواهیم داشت:

$$y_2^3 - 1.015 y_2^2 + 0.115 = 0$$

- این معادله مرتبه ۳ دارای سه جواب زیر است:

$$y_2 = +0.859 \text{ m},$$
$$+0.451 \text{ m}$$
$$-0.296 \text{ m}.$$

- مقدار منفی غیر قابل قبول است. دو جواب مثبت را با معیار عدد فرود بررسی می کنیم

جریان در کانال باز

ادامه حل:

- اگر مقدار $y_2=0.859$ را در نظر بگیریم در این صورت ارتفاع سطح آزاد در نقطه برآمدگی برابر است با:

$y_2+\Delta h=0.959$ $\quad y_2(\text{subcritical}) \approx 0.859 \text{ m}$

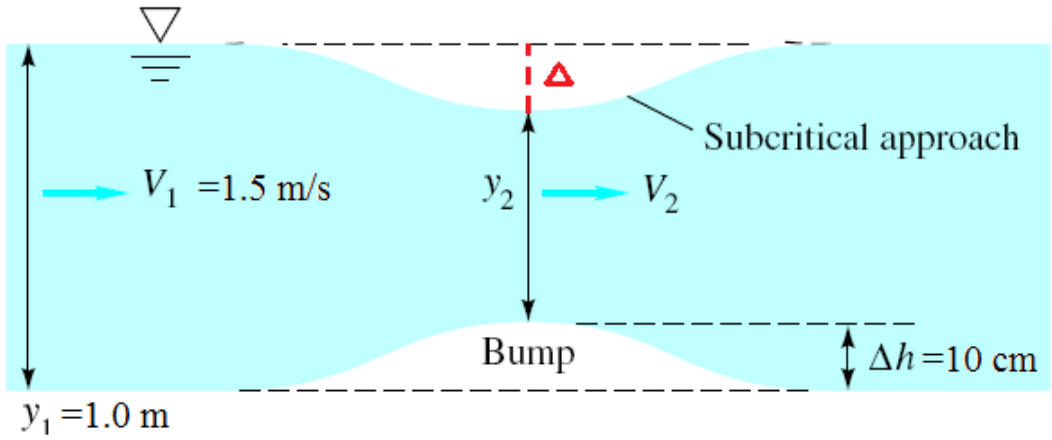
- در این صورت میزان کاهش ارتفاع سطح آزاد در نقطه برآمدگی برابر است با:

$$y_1 - y_2 - \Delta h = 1.0 - 0.859 - 0.1 = 0.041 \text{ m.} \quad \triangle=0.041$$

- سرعت و عدد فرود در مقطع ۲ قابل محاسبه خواهد بود :

$$V_2 = V_1 y_1 / y_2 = 1.745 \text{ m/s.}$$

$$\text{Fr}_2 = 0.601.$$



جریان در کانال باز

ادامه حل:

- اگر مقدار $y_2=0.454$ را در نظر بگیریم v_2 برابر است با:

$V_2=v_{1*}y_1/y_2=3.3$ m/s

- عدد فرود در مقطع ۲ قابل محاسبه خواهد بود :

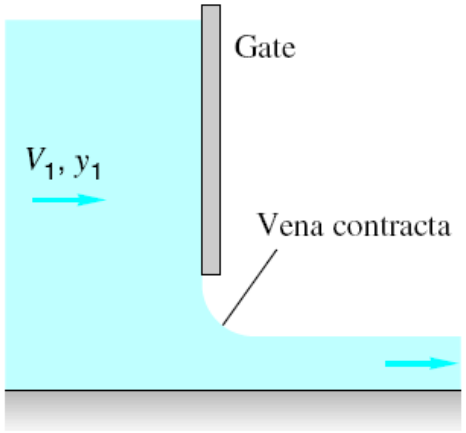
$Fr_2=3.3/(9.81*0.454)^{0.5}=1.56>1.0$

- این جواب غیر قابل قبول است. جریان در بالادست زیر بحرانی بوده (Fr=0.479) و با وجود یک برآمدگی کوچک به ارتفاع ۱۰ سانتی متر نمی تواند جریان فوق بحرانی شود.

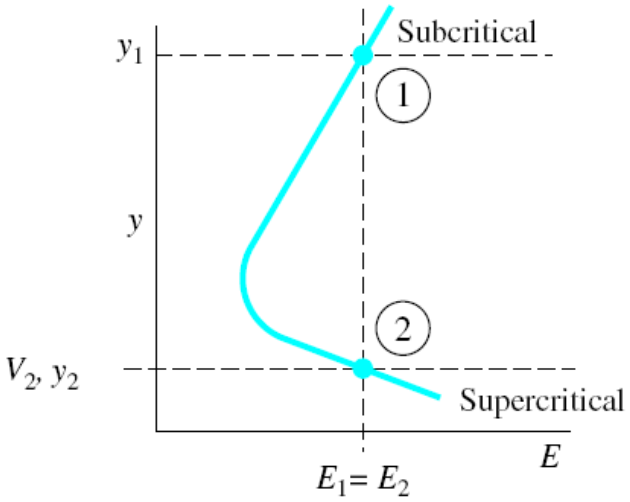
جریان در کانال باز

جریان پشت یک دریچه (آب بند)

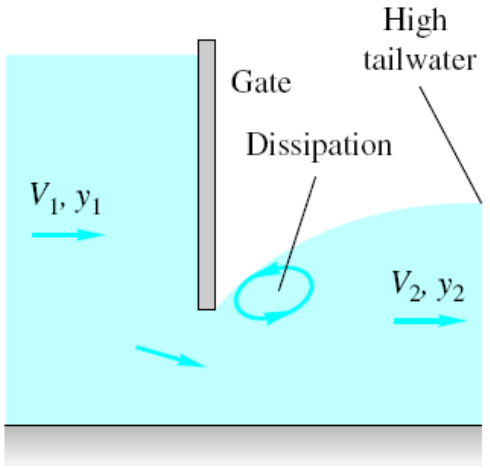
- یک دریچه برای کنترل آب رودخانه ها و سدها مورد استفاده قرار می گیرد:



free discharge with vena contracta



specific energy for free discharge



dissipative flow under a drowned gate.

- در جریان تخلیه آزاد (Free Discharge) می توان از اتلاف انرژی صرف نظر کرد. در این صورت:

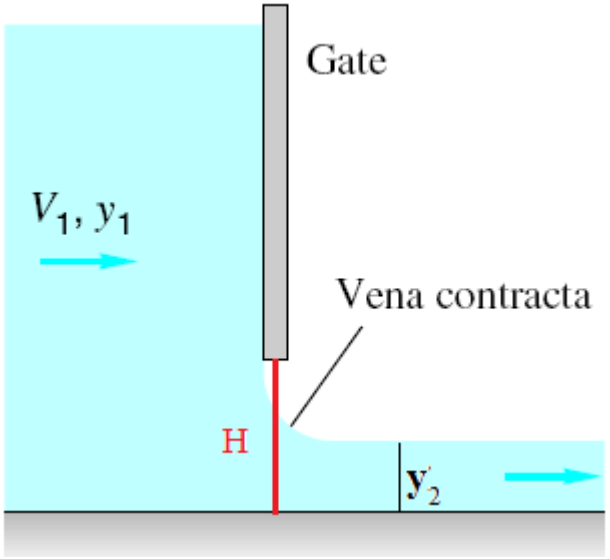
there is no bump ($\Delta h = 0$) $E_1 = E_2$:

$$y_2^3 - \left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) y_2^2 + \frac{V_1^2 y_1^2}{2g} = 0$$

جریان در کانال باز

جریان پشت یک دریچه (آب بند)

- در تخلیه آزاد، ارتفاع آب (y_2) حدود ۴۰ درصد کمتر از ارتفاع آزاد دریچه (H) است.



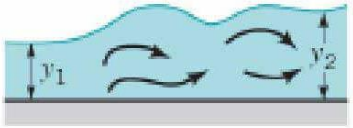
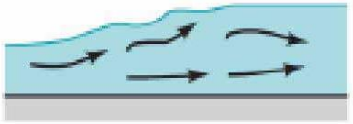
- ضریب تخلیه دریچه با عرض b به صورت زیر محاسبه می شود.

$$Q = C_d H b \sqrt{2 g y_1} \qquad \text{where} \qquad C_d \approx \frac{0.61}{\sqrt{1 + 0.61 H / y_1}}$$

جریان در کانال باز

تقسیم بندی جریان بر اساس پرش هیدرولیکی

Classification of Hydraulic Jumps

Fr_1	y_2/y_1	Classification	Sketch
<1	1	Jump impossible	
1 to 1.7	1 to 2.0	Standing wave or undulant jump	
1.7 to 2.5	2.0 to 3.1	Weak jump	
2.5 to 4.5	3.1 to 5.9	Oscillating jump	
4.5 to 9.0	5.9 to 12	Stable, well-balanced steady jump; insensitive to downstream conditions	
>9.0	>12	Rough, somewhat intermittent strong jump